



Détermination des propriétés hydrodynamiques des sols par mesures radar de surface

Emmanuel Léger

► To cite this version:

Emmanuel Léger. Détermination des propriétés hydrodynamiques des sols par mesures radar de surface. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2015. Français. NNT : 2015PA112189 . tel-01250311

HAL Id: tel-01250311

<https://theses.hal.science/tel-01250311>

Submitted on 4 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Détermination des propriétés hydrodynamiques des sols par mesures radar de surface

UNIVERSITÉ PARIS-SUD

ECOLE DOCTORALE MIPEGE
LABORATOIRE GEOPS

DISCIPLINE : GÉOPHYSIQUE

THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue le 18 Septembre 2015 par

Emmanuel Léger

Directeur de thèse : Mme Albane Saintenoy
Co-directeur de thèse : M. Yves Coquet

Maitre de Conférence (GEOPS, UPS)
Professeur (ISTO/OSUC, Orléans)

Composition du jury :

Président du jury : Hermann Zeyen
Rapporteurs : Marnik Vanclooster
Jan van der Kruk
Examineurs : Hermann Zeyen
Roger Guérin
Invités : Piotr Tucholka

Professeur (GEOPS, UPS)
Professeur (ELIE, UC Louvain)
Professeur (Forschungszentrum Jülich)
Professeur (GEOPS, UPS)
Professeur (Sisyphe, UPMC)
Professeur (GEOPS, UPS)

Résumé

Les propriétés hydrodynamiques des sols, représentées par les fonctions de rétention en eau et de conductivité hydraulique, régissent les écoulements d'eau et de solutés de puis la surface jusqu'aux nappes souterraines. La caractérisation et la compréhension de cette dynamique des fluides ont énormément d'importance pour la détermination des ressources en eau disponibles, la pollution des sols et des eaux souterraines. Le radar de sol est une méthode d'imagerie géophysique particulièrement adaptée pour détecter les contrastes de paramètres électromagnétiques tels que ceux engendrés par des gradients de teneur en eau. La problématique à laquelle répond cette thèse est de savoir si le suivi temporel par radar de sol de phénomènes de dynamique des fluides en proche surface, tels que des infiltrations, est suffisant pour retrouver les paramètres hydrodynamiques du sol considéré, de manière plus efficace que les procédés d'estimation classiques.

Nous avons développé des algorithmes couplant des modèles hydrodynamique et électromagnétique, afin d'obtenir les propriétés hydrodynamiques de sols, en inversant les temps aller-retour des ondes électromagnétiques correspondant à des réflexions sur des contrastes de permittivité forts comme ceux rencontrés sur des fronts ou bulbes d'infiltration.

Nous avons développé le suivi radar de deux techniques d'infiltration, en simple anneau et en forage de faible profondeur. La première permet une modélisation unidimensionnelle alors que la seconde utilise une modélisation 2D-axisymétrique. Dans chaque cas, nos méthodes originales ont été testées numériquement, puis appliquées à différentes expériences de terrain, principalement sur des sols sableux. Les paramètres des fonctions de rétention en eau et de conductivité hydraulique retrouvés sont en accord avec ceux obtenus classiquement par des méthodes telles que des mesures sur échantillons en colonne suspendue et *in situ* par infiltrométrie à disque. Au-delà de l'aspect quantitatif des processus hydrodynamiques, l'interaction de ces derniers avec les champs électromagnétiques conduit à l'observation de phénomènes atypiques, comme des guides d'ondes créés par des bulbes d'infiltration.

De plus, nous avons montré que le radar de sol est assez précis pour détecter des différences dans les profils de teneur en eau selon le cycle drainage-imbibition, causées par l'hystérèse sur les fonctions de rétention en eau et de conductivité hydraulique. Les paramètres de ces fonctions ont été obtenus par inversion de données radar lors de suivis de battements de nappe au sein de réservoirs, de l'ordre du mètre cube, en laboratoire.

Abstract

Soil hydraulic properties, represented by the soil water retention and hydraulic conductivity functions, dictate water flow in the vadose zone, from surface to aquifers. Understanding the water flow dynamic has important implications for estimating available water resources and flood forecasting. It is also crucial in evaluating the dynamics of chemical pollutants in soil and in assessing the risks of groundwater pollution. Ground Penetrating Radar is a geophysical method particularly suited to measure contrasts of electromagnetic parameters such as those created by water content variations in soils. In this manuscript, we focus on Ground Penetrating Radar temporal monitoring of fluid flows in the near surface, such as infiltration in soil. We were initially curious to know if Ground-Penetrating Radar could be used to estimate soil hydraulic properties, more efficiently than classical soil characterization methods such as disk infiltrometer and hanging water column. We developed coupled hydrodynamic and electromagnetic numerical modeling to invert the two-way travel times associated with reflections corresponding to strong dielectric permittivity contrasts, such as these involved on infiltration bulbs or fronts or water tables.

We designed two types of Ground Penetrating Radar infiltration monitoring techniques : one using a single ring infiltrometer and the other using shallow boreholes. The first type of infiltration experiments relied on uni-dimensional numerical modeling whereas the second one used a 2D-axi-symmetrical hypothesis. In each of these cases, our original methods have been numerically tested and applied to sandy soils. Beyond quantitative soil hydraulic parameter estimations, electromagnetic wave interactions with hydrodynamic processes lead to peculiar phenomena such as waveguide creation by infiltration bulbs.

In addition, we showed that Ground Penetrating Radar monitoring was accurate enough to detect the hysteresis of the water retention function during successive drainage and wetting cycles, in a laboratory experiment using a sub-metric tank filled with Fontainebleau sand. The parameters characterizing the hysteresis of this function have been quantified through two-way travel time inversions of the bottom tank reflection during one-step and multi-step hydraulic head experiments.

Remerciements

Mes premiers remerciements vont naturellement à Albane Saintenoy qui a réussi l'invraisemblable défi de me supporter durant trois années de thèse et deux ans de Master, avec le sourire, fourmillante d'idées, et avec l'inébranlable conviction que ce que je faisais n'était pas aussi nul que je le criais. Les travaux présentés par la suite n'auront été rendu possibles que grâce à elle et ne représentent qu'une infime partie de tous les sujets sur lesquels nous avons travaillé ensemble. C'était un réel plaisir de travailler au coté d'Albane et j'espère que nous continuerons.

Je remercie sincèrement Yves Coquet, qui est le troisième pilier de cette thèse. Ses conseils avisés, ses idées, ses moult relectures à la dernière minute, et son anglais incroyable m'ont permis de mettre à bien les travaux présentés ici.

Je suis infiniment reconnaissant à Piotr Tucholka, pour sa générosité sans borne, pour tous les cafés *politiques* que nous avons partagé ensemble ainsi que pour les innombrables coups de main et les idées lumineuses qu'il a. On pourrait résumer Piotr par la célèbre phrase la plus répétée au labo : "*Demande à Piotr, il doit savoir*". J'en profite pour remercier Hania pour son infinie gentillesse et son altruisme, et je salue Blanche, Gypsie et Nestor.

J'ai adoré passer ces trois années de recherche à l'étage de Géophysique, pour la simple et bonne raison que les gens que j'y ai côtoyé sont avant tout des amis. Dans le désordre : merci à Marc, pour son aptitude à déménager périodiquement, à Clémence, pour sa patience à me supporter au bureau et ses gâteaux, à Jan, parce que c'est Jan, à Toihir, pour son aide au bricolage et sa bonne humeur, à Alina, pour son infinie gentillesse, et enfin MBA que je regrette de n'avoir pas plus croiser. Merci au "Patron", Hermann, pour son sérieux, sa patience, sa pugnacité et ses relectures qui sont les plus fouillées et efficaces du monde. Un jour j'espère atteindre le niveau d'aurtograffe d'Hermann.

Plus largement, merci à tout le laboratoire GEOPS, particulièrement à Gaël, pour ses nombreux coups de mains, à Chiara, pour son amour des logiciels libres, à Claire pour sa gentillesse à me prêter tous les outils nécessaires, à Chantal, Georgette, Mauricette et Catherine pour leur service administratif exemplaire, à Claude pour ses mains et enfin merci à Bahija à qui je souhaite tout le bien possible.

Mes remerciements vont aussi vers Xavier Quidelleur, directeur de l'ED, qui fait montre d'une grande écoute et bienveillance pour les doctorants. Les expériences du chapitre 4 ont été réalisées grâce à son autorisation. Je remercie aussi Eric Chassefière directeur du laboratoire GEOPS, qui a toujours répondu favorablement à toutes mes demandes.

Encore plus largement, je remercie le LAWR de m'avoir accueilli pendant 6 mois à Davis. Plus particulièrement, je souhaiterais remercier Jan Hopmans et Peter Hartsough.

Merci à Steve Arcone, avec qui j'ai le plus grand plaisir à discuter sur tout et n'importe quoi, en espérant que la prochaine fois que nous nous verrons nous aurons compris l'origine de la diffraction Saintenoy.

Un énorme merci à Anja Klötzsche pour son humour, ses idées, son génie et ses coups de main ! Merci de t'être pelé avec moi pendant une semaine entière au sous sol, avec cette console GSSI de m****. Je te dois une fière chandelle pour mon futur, que je payerai en

Sauternes.

Merci à Jan van der Kruk pour nous avoir invité au centre de recherche de Jülich et pour nous avoir prêté ses antennes GSSI. Merci pour son écoute toujours attentive, son humilité et sa patience.

Un clin d'oeil à Nicolas Thiéry, qui m'a toujours filé pleins de conseils et m'a aidé pour pas mal de problèmes de programmation en étant extrêmement pédagogue malgré le fait qu'il ait des milliards de choses à faire par jour. Je lui dois, entre autre, ma dévotion pour les logiciels libres. Mille excuses pour le "Code Consolidator", on remet ça dans quelques temps ? J'embrasse Élise et Adèle, qui vont beaucoup me manquer, ne grandissez pas trop vite svp, merci pour vos cadeaux.

Un énorme merci au groupe de grimpeurs : Pierre, pour son soutien indéfectible, sa vivacité, son énergie et sa prolixité dans tous les domaines. Thomas, pour son humour, ses Wasas, sa connaissance de Bleau (coucou Cima !). Katya, pour sa délicatesse, sa science et son habilité à passer n'importe où (coucou à tes filles). Gilles pour sa gentillesse et sa patience, je rêve de grimper comme toi quand j'atteindrai ton âge ! Eric pour tout ce qu'il m'a appris et fait découvrir, à Bleau et en montagne (un coucou à Anne !).

Merci Marco et Laura de m'avoir hébergé à Bruxelles, j'espère vous revoir sous peu avant mon départ.

Tous mes voeux de courage à Romain et à Marion pour les derniers moments de rédaction qu'ils vous restent. À bientôt j'espère.

Un inquantifiable merci à Amandine pour tout ce qu'elle a fait pour moi. La liste de remerciements serait trop longue à énumérer par écrit. En espérant te revoir vite et avec le sourire. Un gros câlin au chat le plus intelligent du monde, Kamo ! Merci à Mathilde et Catherine.

Enfin, last but not least, merci à mes parents qui m'ont donné la possibilité d'étudier, de lire, d'écouter, de voir, bref de faire tout ce que j'aimais sans jamais me freiner ou me cantonner à des limites. Je leur dois ce manuscrit.

Les autres remerciements se sont fait, se font et se feront de vive voix, car ils nécessitent plus de temps pour les énoncer.

Merci de ne pas jeter sur la voie publique.

À Sébastien,

Table des matières

Introduction générale	13
1 Éléments de théorie	23
1.1 Ground-Penetrating Radar	23
1.1.1 Principe	23
1.1.2 Équations de Maxwell	24
1.1.3 Propriétés électromagnétiques des matériaux géologiques	27
1.1.4 Dispersion	31
1.1.5 Comment résoudre les équations de Maxwell ?	32
1.1.6 Inversion - Première partie	35
1.2 Hydrodynamique des sols	36
1.2.1 Le formalisme de Mualem	36
1.2.2 Modèles paramétriques de la fonction de rétention en eau	37
1.2.3 Détermination de la fonction de rétention en eau	38
1.2.4 Détermination <i>in situ</i> de la conductivité hydraulique à saturation	40
1.2.5 Infiltromètre à disque	41
1.2.6 Tests d'infiltrométrie obtenant $\theta(h)$ et $K(\theta)$	43
1.2.7 Comment résoudre les équations de Richards ?	44
1.2.8 Inversion - Deuxième partie	45
1.3 Optimisation globale	46
1.3.1 Performances de l'algorithme d'optimisation SCE-UA	47
1.3.2 Couplage SCE-MCMC	53
1.4 Conclusion du chapitre et introduction aux études suivantes	53
2 GPR monitoring of a single ring infiltration	55
2.1 Abstract	55
2.2 Introduction	55
2.3 Background	58
2.3.1 Unsaturated flow equation	58
2.3.2 Hydraulic properties functions	58
2.3.3 Petrophysical relationships	58
2.3.4 Dielectric permittivity versus electromagnetic wave velocity	59
2.3.5 Electromagnetic modeling	59
2.4 Materials and methods	60
2.4.1 Experimental set-up	60
2.4.2 Modeling	61
2.4.3 Inversion algorithm	62
2.5 Falling head infiltration experiment	63
2.5.1 Numerical example	63
2.5.2 Field experiment	66

2.6	Constant head infiltration experiment	69
2.6.1	Numerical example	69
2.6.2	Field experiments	69
2.7	Discussion	73
2.8	Summary	74
2.9	Uncertainties on the saturated hydraulic conductivity	75
3	GPR monitoring of Porchet infiltrations	77
3.1	Abstract	77
3.2	Introduction	77
3.3	Background	80
3.3.1	Unsaturated flow equation	80
3.3.2	Hydraulic property functions	81
3.3.3	Dielectric permittivity versus electromagnetic wave velocity	81
3.3.4	Petrophysical relationship	82
3.3.5	Hydrodynamical modeling	82
3.3.6	Electromagnetic modeling	82
3.4	Materials and methods	83
3.4.1	Experimental set-up	83
3.4.2	Modeling	85
3.4.3	Inversion algorithm	85
3.5	Constant head infiltration experiment	87
3.5.1	Numerical example	87
3.5.2	Field experiments	90
3.6	Discussion	94
3.7	Conclusion	96
4	Evaluating water retention hysteresis with GPR	97
4.1	Abstract	97
4.2	Introduction	97
4.3	Background	99
4.3.1	Soil hydraulic functions	99
4.3.2	Hysteresis of the water retention function	100
4.3.3	Electromagnetic wave velocity as a function of soil dielectric properties	102
4.3.4	Petrophysical relationships	102
4.3.5	Hydrodynamical modeling	103
4.3.6	Electromagnetic modeling	103
4.4	Numerical experiment	104
4.4.1	Set-up	104
4.4.2	Forward modeling	105
4.4.3	Inversion modeling procedure	107
4.4.4	Experimental set-up	111
4.4.5	Experimental measurements	111
4.4.6	Inversion of experimental data	112
4.4.7	Experimental data and their analysis	112
4.5	Conclusion	117
5	Critiques et perspectives	119
5.1	Simplifications géométriques	119
5.1.1	Simplification géométrique numérique	119
5.1.2	Simplification induite par la géométrie d'acquisition	121
5.2	Dispersion	121

5.2.1	Inversion en forme d'onde	125
5.3	Applications à d'autres types de sol	127
5.4	Améliorations numériques	128
Conclusions		129
Bibliographie		133
Annexes		157
A	An archaeological application : The Bourgfontaine charterhouse	159
A.1	Abstract	159
A.2	Introduction	159
A.3	Survey of the heart chapel area	160
A.4	Survey of the north-eastern area of the great cloister	163
A.5	Comparison between geophysical interpretations and plan	164
A.6	Conclusion	168
B	Comparisons between the water hanging column and the evaporation methods	171
B.1	Introduction	171
B.2	Water retention function	171
B.2.1	Water hanging column experiments on Oso-Flaco sand cores	171
B.2.2	Evaporation method	173
B.2.3	Comparisons	173
B.3	Evaporation method (Hyprop) pros and cons	175
B.3.1	Advantages	175
B.3.2	Limitations	176
B.3.3	Cons	177
B.3.4	Pros	177
B.4	Conclusion	177
B.5	Acknowledgments	178
C	Description de l'algorithme SCE-UA	179
D	Estimating K_s from GPR	183

Introduction générale

Ce manuscrit présente l'utilisation d'une méthode d'imagerie géophysique, le radar de surface (abrégé "GPR" pour l'appellation anglophone "Ground Penetrating Radar"), afin de quantifier les propriétés hydrodynamiques des sols lors de suivis de processus hydrodynamiques. Ce travail, intitulé "*Détermination des propriétés hydrodynamiques des sols par mesures radar de surface*", se situe à l'interface entre sciences du sol, hydrologie de surface, hydrodynamique en milieux poreux et géophysique. En introduction générale, chaque mot composant le titre fera l'objet d'un bref paragraphe permettant de situer le contexte de l'étude et de poser les bases nécessaires aux développements abordés dans les chapitres suivants.

Sols

Pour définir correctement tout ce que représente la notion de sol, plusieurs approches sont possibles et nécessaires. Nous préférons la définition proposée par Hillel [2003]. Ce dernier définit le sol comme un corps naturel, engagé dans des interactions dynamiques entre l'atmosphère et les autres entités sous-jacentes, telles que les couches géologiques ou les aquifères. Ainsi, le sol apparaît comme la zone entre l'atmosphère et la roche mère, une zone de transition, de passage de nombreux flux, qu'ils soient thermiques, gazeux, hydriques ou chimiques. Nous avons défini le sol comme un corps, mais il serait plus approprié de le définir comme un système, ce qui traduit mieux son caractère multi-composants. Un système qui a, entre autres, les caractéristiques suivantes : hétérogène, anisotrope, multi-phases, poreux. Le caractère poreux couplé avec celui multi-phasique implique une complexité des phénomènes physico-chimiques qui apparaissent pour des distributions de taille de pores couplées à des cohabitations de nombreuses phases. De façon schématique, les trois phases composantes du sol sont la phase solide, que l'on nomme la phase matricielle ou encore la matrice, la phase liquide, qui est en fait l'eau du sol, riche en éléments dissous, puis la phase gazeuse, qui est parfois appelée l'atmosphère du sol. La proportion relative de chacune de ces trois phases évolue avec le temps et l'espace.

Le sol tient un rôle majeur dans de nombreux processus physico-chimiques, notamment à travers son influence sur les composantes du bilan hydrique : l'infiltration, le ruissellement et l'évaporation. Voilà pourquoi le sol est irrémédiablement lié à l'irrigation et l'agriculture. Nous oublions cependant souvent l'importance du sol et de sa teneur en

eau d'un point vue hydrologique, hydrogéologique et climatique. Pour ce dernier, le sol est un acteur prépondérant des flux d'évaporation d'eau vers l'atmosphère, des cycles bio-géochimiques incluant ceux du carbone et du nitrate, ainsi que de la régulation des flux d'énergie reçus et renvoyés prenant part au bilan énergétique terrestre. D'un point de vue hydrogéologique, le sol influence directement les temps et les eaux de recharge des aquifères au travers du contrôle de l'infiltration, et apparaît comme un système à comprendre le mieux possible, afin de remédier aux problèmes de ressources, de pollutions, et de gestion des eaux, auxquels la société fait et fera face.

Dans ce contexte, la connaissance et la prévision spatio-temporelle de la teneur en eau du sol et des flux associés sont des conditions *sine qua non* à une compréhension globale des phénomènes environnementaux terrestres. Comme le suggère le titre de ce travail, nous nous intéressons ici à l'hydrodynamique des sols, à savoir, non pas la valeur statique de la teneur en eau, mais plutôt à son évolution sur des pas de temps courts, de l'ordre de la seconde, qui est déterminée par les propriétés hydrodynamiques du sol en question.

Propriétés hydrodynamiques des sols

La dynamique des fluides (liquides) au sein d'un sol répond à l'équation de Richards [1931], qui est la combinaison de l'équation de conservation de la masse avec la loi de Darcy [1856] généralisée¹ pour les sols insaturés. En trois dimensions, l'équation de Richards [1931] régulant l'écoulement en milieu poreux s'exprime comme :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (D(\theta) \vec{\nabla} \theta) + \frac{dK}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}, \quad (1)$$

où θ ($cm^3.cm^{-3}$) représente la teneur en eau volumique du milieu, K ($cm.min^{-1}$) la conductivité hydraulique, fonction de la teneur en eau, le coefficient $D(\theta) = K(\theta) \frac{dh}{d\theta}$, la diffusivité de Childs and Collis-George [1950], où h représente le potentiel matriciel de l'eau dans le sol, c'est-à-dire son état d'énergie soumis aux forces de capillarité et de gravité².

L'équation de Richards (1) est *non linéaire* du même type que les équations de Fokker-Planck [Philip, 1957a]. Ces équations, du type *non-linéaire*, sont par exemple l'équation de conduction de la chaleur ou encore de diffusion, ou de sédimentation avec mouvement brownien. Cependant, ici, nous avons deux complications. Dans un premier temps, la présence d'un terme du premier ordre qui représente l'influence de la gravité, $\frac{dK}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$. Puis, ce qui complique vraiment la résolution de l'équation (1), la dépendance non négligeable de $D(\theta)$ et $\frac{dK}{d\theta}$ en θ (ils peuvent varier de plus de 3 dizaines d'ordres de grandeurs, pour la plage de valeurs de teneur en eau que l'on rencontre dans les sols [Philip, 1969]).

La résolution de l'équation de Richards (1) nécessite la détermination des deux fonctions qui y interviennent, $\theta(h)$ et $K(\theta)$. $\theta(h)$ représente la fonction de rétention en eau, c'est-à-dire la teneur en eau volumique correspondante au potentiel matriciel h . Quant à $K(\theta)$, il s'agit de la fonction de conductivité hydraulique, c'est-à-dire la capacité d'un

1. On l'appelle aussi la loi de Buckingham-Darcy.

2. Nous ne considérons pas d'autres potentiels dans ce manuscrit.

milieu poreux à laisser passer l'eau en son sein pour une teneur en eau donnée. Ces deux fonctions peuvent être liées par un modèle capillaire des pores du sol, dont de nombreux modèles ont été développés depuis celui de Childs and Collis-George [1950]. Nous nous intéresserons plus particulièrement à celui de Mualem [1976], qui a permis la dérivation de la fonction de conductivité hydraulique à partir de nombreux modèles paramétriques de fonction de rétention en eau, notamment celui de van Genuchten [1980]. Ces modèles, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, sont qualifiés de paramétriques, car les valeurs que prennent ces fonctions sont dépendantes de paramètres de calage propres à chacun d'eux et dépendant des sols. Ces modèles paramétriques permettent de représenter l'hydrodynamique et l'hydrostatique d'un sol par un jeu de paramètres dépendant du modèle choisi pour le décrire. Ce sont ces paramètres hydrodynamiques que nous cherchons à déterminer en utilisant une méthode d'imagerie géophysique active. Mais, avant de voir en détail les méthodes géophysiques, nous allons définir plus précisément la notion de “*détermination*”.

Détermination

Déterminer v.t.(lat. determinare) : Établir quelque chose, le définir avec suffisamment de précision au terme d'une recherche, d'une réflexion, d'une analyse ; définir de manière précise. Déterminer les causes d'un incendie. [Larousse, 2008].

La détermination nécessite la présence d'indicateurs, de traces, d'informations annexes, toutes ayant pour source l'objet de notre intérêt qui nous pousse à la détermination. Ce sont ces traces, ces changements dans l'état initial, ou dans l'état attendu, prédit, qui nous donneront assez d'informations, on l'espère, pour comprendre le phénomène. C'est l'essence même des sciences et en particulier de la géophysique. Pour cette dernière, ces traces sont les propriétés physiques intrinsèques du système étudié, par lesquelles nous pouvons donner une image, une représentation plus nette du milieu qui nous intéresse *via* un *modèle direct* comme décrit par Tarantola [2005]. En connaissant la description physique d'un système, les résultats de mesures effectuées sur ce dernier peuvent être déterminés. Réciproquement, le *modèle inverse* consiste en la détermination des propriétés physiques du milieu en utilisant les résultats d'expériences auxquelles le milieu a été soumis. Cependant, même si la relation est univoque dans le sens direct³, elle ne possède pas ce caractère pour le modèle inverse, ce qui rend la *détermination* si difficile à mettre en oeuvre de manière *précise*. La solution unique n'existe donc pas, est elle est remplacée par une distribution de modèles physiques possibles expliquant les données acquises. Cette collection de modèles est la solution du problème inverse, et permet d'en déduire des incertitudes sur la solution en fonction de celles liées aux mesures.

La *détermination* nécessite la paramétrisation du milieu, le calcul de sa réponse lorsqu'il est soumis ou non à une perturbation et la comparaison de cette réponse avec celle obtenue dans la réalité. Par milieu, nous entendons dans notre travail, le sol, qui sera soumis à des mesures géophysiques.

3. Ces propos sont nuancés par les grands débats sur le déterminisme (cf. conflit entre N. Bohr et A. Einstein).

Radar de surface

Pourquoi, parmi le large panel de méthodes géophysiques, utiliser le GPR ? Pour y répondre entièrement, il est nécessaire de se poser la question plus originelle, à savoir, pourquoi utiliser des méthodes géophysiques pour traiter de problèmes d'hydrodynamique en proche surface ? Deux réponses immédiates viennent à l'esprit : pour leur caractère non destructif et pour leur sensibilité à de nombreux paramètres physiques intervenant à diverses échelles.

Par exemple, supposons que l'on souhaite *déterminer* l'extension d'un polluant au sein d'un aquifère. Classiquement, cela nécessite des forages pour l'installation de piézomètres afin de pouvoir analyser les eaux à des positions et profondeurs données. L'information sur la pollution restera discrète, en des points bien définis, et nous déduirons l'extension du panache en utilisant l'hydrodynamique de l'aquifère (détermination de la direction des flux par calcul du gradient hydraulique). Bien entendu, plus le nombre de forages sera important, plus l'information sera riche. *A contrario*, la tomographie électrique ou des profils GPR réalisés en surface permettront d'avoir accès aux propriétés physiques de toute la zone et à l'extension spatiale du polluant, car les propriétés physiques de l'eau et de l'encaissant seront différentes en présence de polluant. Ceci est très bien illustré par une étude pionnière de suivi de polluant par mesures GPR de Greenhouse *et al.* [1993], dont les profils présentés Figure 1 sont extraits. L'état initial ("Prespill") représente le profil effectué avant l'injection de polluant, de type DNAPL (Dense Non-Aqueous Phase Liquid, non miscible avec l'eau et plus dense). Au cours du temps, on dénote l'apparition d'une réflexion de plus en plus forte vers 1,5 mètres de profondeur. Cette réflexion provient du remplissage de la porosité par le contaminant dans une couche de compaction différente. Comme les propriétés diélectriques du contaminant sont différentes de celles de l'eau, plus le polluant remplace l'eau dans les pores, plus le contraste de permittivité est important, et, le coefficient de réflexion lié à cette différence augmente. Cet exemple illustre à la fois le caractère non destructif ainsi que la capacité de la mesure géophysique à obtenir des informations sur de grands volumes.

Les méthodes géophysiques actives sont, par définition, basées sur la mesure de la réponse d'un milieu exposé à une ou des perturbation(s), qu'elle(s) soi(en)t due(s) à un courant électrique, une onde mécanique, ou à un champ électromagnétique. La mesure de ce signal permet de remonter aux propriétés intrinsèques, la conductivité électrique (ou la résistivité), la densité, la perméabilité magnétique et/ou la permittivité diélectrique. L'interprétation de ces grandeurs en termes de caractéristiques du milieu, comme par exemple la teneur en eau, permettent, à travers des relations pétrophysiques, de lier les données géophysiques à l'hydrodynamique. Nous reviendrons plus en détail sur ces relations permettant l'interprétation des signaux géophysiques en termes d'hydrodynamique dans le chapitre suivant.

Deux grandes familles de méthodes géophysiques se distinguent [Vereecken *et al.*, 2008], les méthodes dites "invasives"⁴ vis-à-vis du milieu étudié, et celles "non-invasives"⁵. Les

4. Invasif dans une moindre mesure, c'est à dire de l'ordre de la dizaine de centimètres de profondeur pour un bon couplage, comme cela peut être le cas typiquement pour des électrodes ou des géophones.

5. Ces mêmes méthodes invasives et non invasives peuvent aussi être distinguées en méthodes active et

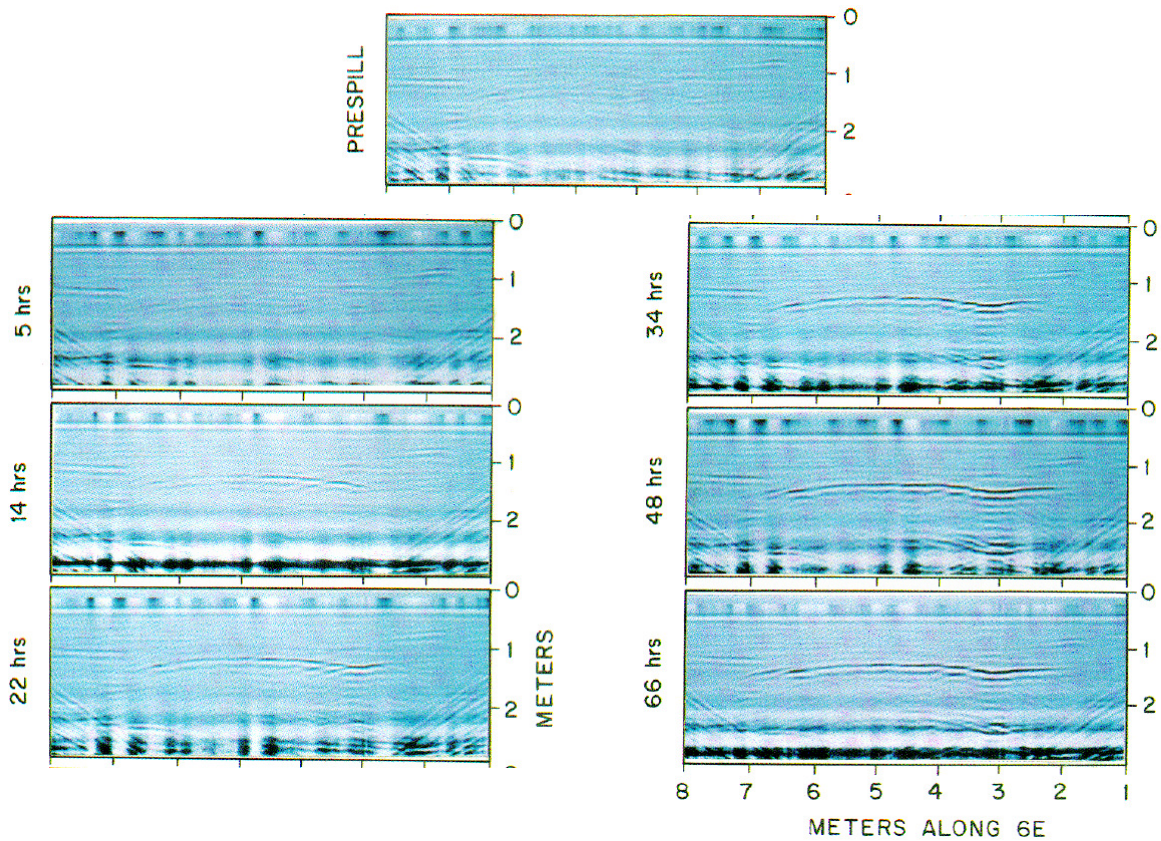


FIGURE 1 – Suivi temporel d’une pollution. L’intervalle de temps entre l’état initial, “PRESPILL”, et chaque profil est mentionné sur la gauche de chacun d’eux. L’échelle horizontale de distance est présentée sur le profil “66 hrs” et est valable pour chaque profil (figure extraite de Greenhouse *et al.* [1993]).

méthodes invasives les plus classiquement utilisées sont les sondes TDR (Time Domain Reflectometry) [Topp *et al.*, 1980, Robinson *et al.*, 2003], les méthodes capacitives [Bogena *et al.*, 2007], la tomographie de résistivité électrique [Slater *et al.*, 2010, Michot *et al.*, 2003], les sondes à neutrons [Hupet *et al.*, 2002], les sondes thermiques [Campbell *et al.*, 1991], la polarisation spontanée [Sato and Mooney, 1960, Sill, 1983], la polarisation provoquée [Oldenburg and Li, 1994, Seigel, 1959] ou encore la sismique réflexion et réfraction [Rubin *et al.*, 1992]. Parmi les méthodes non invasives, nous pouvons, en plus, faire le *distingo* entre les méthodes de télédétection aéroportée ou spatioportée et les autres en proche surface, qualifiées ici de *proximales*.

La télédétection est de plus en plus utilisée depuis quelques dizaines d’années, et offre les avantages majeurs d’une couverture spatiale importante sur des périodes de temps longs, idéales pour l’étude à l’échelle d’un champ, d’un bassin versant ou de larges zones géographiques. On distingue notamment les radiomètres pour les méthodes passives et le Single Aperture Radar (SAR) pour les méthodes actives [Wigner *et al.*, 2003, Wagner *et al.*, 2007]. Cependant, ces méthodes souffrent de plusieurs limitations, notamment liées au couvert végétal et surtout à la rugosité du sol créant de la diffraction aux hautes

fréquences utilisées [Verhoest *et al.*, 2008, Shi *et al.*, 2012]. De plus, leur profondeur de pénétration, de l'ordre de quelques centimètres, est insuffisante pour une quantification correcte des profils de teneurs en eau [Vereecken *et al.*, 2008]. Enfin, la variabilité des paramètres intra-pixel est inconnue [Vereecken *et al.*, 2008, Famiglietti *et al.*, 2008]. Étant donné que ce sont les suivis d'infiltration à l'échelle locale qui nous intéressent ici, comme ceux en jeu lors d'infiltrations en simple anneau, l'échelle spatio-temporelle de ce type de méthode n'est pas adéquate.

Les méthodes non invasives proximales sont pour la plupart électromagnétiques, comme la Résonance Magnétique Nucléaire [Knight *et al.*, 2012], l'induction électromagnétique [Martinez *et al.*, 2010] ou le GPR [Huisman *et al.*, 2003], auquel nous nous intéressons ici. En accord avec Doetsch *et al.* [2010], le GPR apporte la plus haute résolution pour le suivi de processus hydrodynamiques en proche surface. Les nombreux états de l'art donnent une multitude d'exemples sur l'efficacité de cette méthode dans le cas d'études en proche surface (e.g. Huisman *et al.* [2003], Hubbard and Rubin [2000], Garambois *et al.* [2002], ou encore, Knight [2001]). Deux types de techniques de mesures sont classiquement utilisées pour déterminer la teneur en eau des sols : “on-ground” (couplage des antennes avec le sol) et “off-ground” (antennes non couplées avec le sol, à quelques dizaines de centimètres au dessus de celui-ci.). La technique la plus utilisée est l'acquisition “on-ground”, historiquement pionnière, avec l'analyse de l'onde parcourant la distance émetteur-récepteur au sein de la couche superficielle du sol pour en déduire la teneur en eau [Huisman *et al.*, 2002, Grote *et al.*, 2002, Galagedara *et al.*, 2005, Lunt *et al.*, 2005]. Plusieurs géométries d'acquisition sont possibles : mono-déport (pas de variation de distance entre l'émetteur et le récepteur), mais surtout multi-dépôts (variations de la distance émetteur-récepteur) avec les géométries émission-réception aux grands angles (Wide-Angle Reflection-Refraction) et l'illumination constante du même point (Common Mid Point). Cependant, le GPR, dans cette configuration, souffre de limitations dues à la présence d'argile et de couches pouvant créer des guides d'ondes, qui rendent la détermination claire de l'onde directe délicate voire impossible. Pour ces raisons, Lambot *et al.* [2004] ont développé l'inversion de forme d'onde lors d'acquisitions off-ground, qui a débouché sur de nombreuses applications de la détermination de la teneur en eau proche surface, à l'échelle de parcelles agricoles, notamment à travers les travaux de Weihermüller *et al.* [2007], Jonard *et al.* [2012] et Minet *et al.* [2011, 2012]. Ce type d'acquisition off-ground a un avantage majeur concernant la détermination de la source émise, mais souffre du même problème de diffraction par la rugosité du sol, comme pour les méthodes de télédétection, mais qui peut être cette fois en partie éludé en utilisant des antennes plus basse fréquence. Malgré le fait que ces méthodes apparaissent comme très prometteuses pour les déterminations de teneur en eau, elles restent néanmoins, jusqu'à maintenant, difficilement applicables à la cartographie en temps réel, comme le soulignent Minet [2011] et Jonard [2012], notamment à cause de problèmes de calibration.

Pour cette dernière raison, la plupart des travaux de suivi de la teneur en eau sur des pas de temps très courts, nécessaires aux suivis de processus hydrodynamiques, se font avec des antennes couplées avec le sol (on-ground). De très bonnes illustrations sont données au travers des études de Mangel *et al.* [2012], Moysey [2010], Saintenoy *et al.* [2008] ou encore Lai *et al.* [2012]. Même si, comme mentionné plus haut, l'infiltration d'eau peut créer des phénomènes de guide d'ondes, nous pouvons utiliser ces derniers pour déterminer

la teneur eau au cours du temps, comme réalisé par van der Kruk [2006] et van der Kruk *et al.* [2010].

Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, l'avantage majeur d'utiliser le signal GPR est qu'il permet de remonter à deux paramètres : la permittivité diélectrique, ε , à travers la détermination de la vitesse des ondes électromagnétiques, et la conductivité électrique, σ , à travers l'atténuation des ondes électromagnétiques⁶. Aux fréquences des ondes utilisées en GPR, la plupart des matériaux géologiques secs ont une permittivité diélectrique relative à sa valeur dans l'air comprise entre 1 et 15 [Davis and Annan, 1989, Jol, 2009], alors que celle de l'eau pure est de 80.1 à 20°C. Ce fort contraste est la raison pour laquelle le GPR a une grande aptitude à la détection de tous les problèmes liés à l'hydrologie en proche surface. La permittivité diélectrique est fortement dépendante de la teneur en eau du milieu, et sa détermination permet de remonter à cette dernière au travers de relations pétrophysiques.

En se référant une nouvelle fois aux profils de la Figure 1, le signal de la réflexion y est peu bruité. Cette netteté du signal est aussi en partie due à la différence de conductivité entre le DNAPL et l'eau. En effet, la conductivité électrique du DNAPL utilisé est proche de zéro, alors que celle de l'eau dans l'aquifère est aux alentours de 50 mS.cm^{-1} [Greenhouse *et al.*, 1993].

Au regard de l'échelle spatio-temporelle en jeu dans les phénomènes d'infiltration (bulbes et fronts d'infiltration de tailles pluri-centimétriques sur des échelles de temps inférieures à la journée⁷), le GPR apparaît comme l'outil idoine pour étudier ce type de phénomènes et nous a poussé à l'utiliser dans le but de déterminer les propriétés hydrodynamiques des sols.

Objectifs de la thèse et plan détaillé

Les travaux des trois années de recherche résumés dans cette thèse ont pour objectif principal l'amélioration et le développement de suivis qualitatifs et quantitatifs des processus hydrodynamiques dans les sols par mesures GPR réalisées en surface. Dans ce contexte, nous avons développé différentes techniques d'acquisition de mesures GPR afin de suivre plusieurs types de processus hydrodynamiques. Notamment : des infiltrations réalisées en surface, en profondeur, ainsi que des battements de nappe.

L'idée de base à l'origine des travaux réside dans les études de Saintenoy *et al.* [2008] et Saintenoy and Hopmans [2011]. Dans la première étude, les auteurs donnent une interprétation qualitative d'une infiltration en forage à faible profondeur par mesures GPR en surface. Même si les antennes GPR utilisées sont impulsionnelles et commerciales, la sensibilité des mesures au bulbe d'infiltration y est impressionnante et ouvre un vaste champ d'investigations pour la quantification des paramètres hydrodynamiques. Dans la

6. Nous négligeons ici les variations de perméabilité magnétique. Voir la thèse de Saintenoy [1998] pour de plus amples informations sur l'influence de ces contrastes sur les signaux électromagnétiques.

7. Dépendant du volume d'eau que l'on souhaite infiltrer et de la conductivité hydraulique à saturation du sol, mais cela est vrai pour une grande majorité des sols.

seconde publication, les auteurs démontrent la sensibilité des ondes électromagnétiques à la courbure de la fonction de rétention en eau. Celle-ci laisse entrevoir la sensibilité de signaux électromagnétiques émis par des antennes commerciales impulsives aux paramètres hydrodynamiques régissant la fonction de rétention en eau, tels que ceux de van Genuchten [1980] et permet d'envisager leur détermination par inversion de données GPR.

Toutes les méthodologies expérimentales, numériques et d'optimisation ont été développées afin de répondre aux questions soulevées par ces deux études, pouvant être énumérées comme suit :

- La sensibilité du GPR est-elle suffisante pour permettre de différencier le comportement hydrodynamique de différents sols ?
- Est ce que l'utilisation unique des temps aller-retour des réflexions des ondes électromagnétiques sur des contrastes de permittivité forts (caractéristique de bulbes ou fronts d'infiltration) est suffisante pour inverser les données GPR de suivi et déterminer les paramètres hydrodynamiques des sols ?
- Les phénomènes d'hystérèse apparaissant sur les paramètres hydrodynamiques lors de cycles d'humectation et drainage peuvent-ils être mis en évidence par le GPR ?

En répondant à ces questions, nous souhaitons développer une méthodologie simple, rapide et efficace pour l'utilisation du GPR afin de caractériser hydrodynamiquement, *in situ*, des sols sableux. De manière sous-jacente, nous sommes dans l'optique de mieux comprendre l'état physique de l'eau au sein des sols. Cette amélioration de la compréhension ne pourra se faire qu'à travers l'utilisation de l'outil adéquat, et surtout de la compréhension des informations qu'il nous fournit.

La suite de ce manuscrit sera organisée en 5 chapitres. Le premier sera axé sur la théorie nécessaire à la compréhension des différentes études présentées. Y seront décrites la physique des ondes électromagnétiques en jeu dans la méthode GPR, ainsi que la physique des écoulements d'eau au sein du sol. Ce chapitre se clôturera par une partie ayant trait à l'algorithme d'optimisation mis en place durant nos travaux.

Le chapitre 2 couvrira notre première étude sur un suivi d'infiltration au sein d'un simple anneau dans un sol sableux. Cette étude permettra de se familiariser avec toutes les méthodes que nous avons mises en place durant cette thèse, tant au niveau expérimental (terrain, laboratoire) que numérique (modélisation en différences finies et son équivalence avec le chemin optique, algorithme de recherche globale). Dans cette partie, nous nous sommes attachés à n'utiliser qu'uniquement les temps aller-retour des ondes électromagnétiques se réfléchissant à l'interface bulbe d'infiltration/sol à l'état initial afin d'optimiser les paramètres hydrodynamiques responsables du comportement de l'écoulement. Pour ce faire, un couplage entre une modélisation hydrodynamique et une modélisation électromagnétique a été nécessaire. À la fin de ce chapitre est proposée une courte étude basée sur le même principe, dans laquelle nous proposons l'inversion unique de la conductivité hydraulique à saturation (K_s) avec la quantification des incertitudes liées aux autres paramètres. Cette étude, bien que semblant moins complète de part le fait qu'un seul paramètre est inversé, reste néanmoins intéressante, car en accord avec les travaux de Tarantola [2005] sur la distribution *a posteriori*.

Le chapitre 3 est une prolongation de l'étude de Saintenoy *et al.* [2008]. Nous y ajoutons une analyse quantitative en termes de paramètres hydrodynamiques du suivi d'infiltra-

tion au sein de forages de faibles profondeurs. Contrairement au chapitre précédent, ici la modélisation est de dimension 2D-axisymétrique pour l'hydrodynamique et 2D pour l'électromagnétisme. Cette publication met en exergue l'effet guide d'onde d'un bulbe d'infiltration sur lequel nous avons travaillé *a posteriori*.

Le chapitre 4 traite d'un phénomène qui n'est pas pris en compte dans les deux études précédentes et, disons le directement, qui n'est que peu ou prou pris en compte dans les études GPR, car difficile à dissocier des autres sources de variabilités (spatiales notamment). Il s'agit du phénomène d'hystérèse sur la fonction de rétention en eau. La mise en évidence de ce phénomène s'est faite au travers d'expériences de laboratoire, sur un grand réservoir cylindrique, rempli de sable de Fontainebleau, dans lequel le niveau piézométrique était imposé dynamiquement au cours du temps. Cette étude a nécessité la prise en compte de la dispersion fréquentielle de Debye [1929], car l'influence de la dispersion sur les temps aller-retour était de l'ordre de la demi nano-seconde, alors que nous quantifions des différences de temps de l'ordre de l'unité de nano-seconde.

Le chapitre 5 fera une analyse critique des travaux présentés chapitres 2, 3 et 4, et proposera les améliorations en cours de développement ainsi que celles à développer. Enfin, nous conclurons avec une partie résumant les principaux résultats et qui donnera des perspectives dans plusieurs domaines.

Chapitre 1

Éléments de théorie

Ce chapitre se scinde en trois parties présentant quelques notions et bases théoriques nécessaires à la compréhension des études présentées dans les chapitres suivants. La première partie sera consacrée à la présentation du GPR et aux principes de l'électromagnétisme dans les matériaux. La deuxième partie se concentrera sur l'hydrodynamique dans les sols et les différentes méthodes classiques associées à sa quantification. Quant à la troisième et dernière partie, elle donnera quelques clefs pour comprendre l'algorithme d'optimisation globale que nous avons utilisé.

1.1 Ground-Penetrating Radar

1.1.1 Principe

L'imagerie GPR est une méthode géophysique utilisant la transmission et la réflexion d'ondes électromagnétiques (EMG) de hautes fréquences (0.1-3 GHz) pour détecter les contrastes de propriétés EMG d'un milieu en proche surface. Ces contrastes ont une influence sur la propagation de l'onde EMG, tant au niveau de sa célérité que de son amplitude. Classiquement, le GPR est composé d'une antenne émettrice séparée d'une antenne réceptrice, d'une unité de contrôle et d'un ordinateur. L'antenne émettrice envoie une onde EMG dans le sol sujet de l'étude, alors que l'antenne réceptrice détecte les ondes réfléchies par des discontinuités dans les paramètres électromagnétiques du sol (contraste(s) de permittivité diélectrique, de conductivité électrique et/ou de perméabilité magnétique). Le GPR donne accès aux caractéristiques de l'onde EMG réfléchie, son amplitude ainsi que le temps aller-retour (TWT en abrégé dans ce manuscrit, pour "Two Way Travel time") pour aller de l'émetteur au réflecteur et du réflecteur au récepteur. L'estimation de la vitesse des ondes EMG dans le milieu permet de déduire la profondeur de l'interface responsable du contraste et *vice versa*. Des acquisitions effectuées à différentes positions des antennes donneront des TWTs de réflexions différents, ce qui permettra d'en déduire la forme de l'interface. C'est ce qui s'appelle faire un profil GPR. Au contraire, si les antennes sont fixes mais le milieu évolutif, un suivi temporel permettra d'observer

des différences de propriétés électromagnétiques au cours du temps, à relier au(x) phénomène(s) dynamique(s) suivi(s). Cette dernière méthode a été utilisée dans nos travaux et est à l'origine de la problématique de cette thèse. Il s'agit de voir si des différences temporelles seules sont suffisantes pour quantifier au mieux les processus hydrodynamiques dans le sol.

Il est important de garder à l'esprit que, comme toute méthode géophysique, l'imagerie par GPR est une *représentation*, en l'occurrence de l'interaction entre l'onde EMG transmise dans le sol et les variations spatiales des propriétés EMG de celui-ci, à savoir sa permittivité diélectrique ε , sa conductivité électrique σ et sa perméabilité magnétique μ . Le lien entre le GPR et ces propriétés, qui permettent de donner une image du milieu, se fait par le comportement de ces ondes EMG dans le milieu matériel, régit par les équations de Maxwell.

1.1.2 Équations de Maxwell

Les équations de Maxwell [1873] macroscopiques donnent la description du champ électromagnétique dans un milieu. Dans l'hypothèse d'un milieu soumis à des sources de densité volumique de charge ρ_s et de densité de courant \vec{J}_s , et en l'absence de source magnétique, le système d'équations est [Jackson, 1975] :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho + \rho_s, \text{ Équation de Maxwell-Gauss} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon \vec{D} = \vec{J} + \vec{J}_s, \text{ Équation de Maxwell-Ampère} \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \text{ Équation du flux magnétique} \quad (1.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \mu \vec{B}}{\partial t}, \text{ Équation de Maxwell-Faraday.} \quad (1.4)$$

Dans ces équations, \vec{E} est le vecteur champ électrique, \vec{B} le vecteur d'induction magnétique, \vec{D} le vecteur d'induction électrique et \vec{H} le vecteur champ magnétique, ρ est la densité volumique de charge et \vec{J} la densité de courant.

Les vecteurs \vec{E} , \vec{B} , \vec{H} , \vec{D} et \vec{J} sont reliés entre eux par les relations constitutives :

$$\vec{D} = \bar{\bar{\varepsilon}} * \vec{E}, \quad (1.5)$$

$$\vec{J} = \bar{\bar{\sigma}} * \vec{E}, \quad (1.6)$$

$$\vec{B} = \bar{\bar{\mu}} * \vec{H}, \quad (1.7)$$

où la double barre, “ $\bar{\bar{\cdot}}$ ”, indique que la permittivité diélectrique $\bar{\bar{\varepsilon}}$, la conductivité électrique $\bar{\bar{\sigma}}$ et la perméabilité magnétique $\bar{\bar{\mu}}$ sont des tenseurs, convolués dans le domaine temporel (représenté par l'opérateur $*$) aux champs magnétique et électrique, respectivement. Ces paramètres constitutifs peuvent être fonction de la direction des champs (milieux anisotropiques), fonction de la position (milieux hétérogènes), dépendant de la fréquence (milieux dispersifs) ou encore fonction de l'amplitude des champs (milieux non linéaires). Cependant, dans nos travaux, nous considérerons que les milieux sont linéaires,

homogènes et isotropes (L.H.I.). Ces approximations permettent de transformer les produits de convolution des relations constitutives en produits scalaires.

En considérant les champs électrique et magnétique présents dans le système ((1.1)-(1.4)) comme des ondes planes sinusoïdales, avec une polarisation linéaire selon z , \vec{E} et \vec{H} s'expriment sous la forme :

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - \beta z)}, \quad (1.8)$$

$$\vec{H}(z, t) = \vec{H}_0 e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - \beta z)}, \quad (1.9)$$

où \vec{E}_0 et \vec{H}_0 représentent des amplitudes complexes, ω la pulsation, α le coefficient d'atténuation de l'amplitude s'exprimant comme :

$$\alpha = w \sqrt{\frac{\mu \varepsilon}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)^2} - 1 \right]^{0.5}, \quad (1.10)$$

et le nombre d'onde β ,

$$\beta = w \sqrt{\frac{\mu \varepsilon}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)^2} + 1 \right]^{0.5}. \quad (1.11)$$

La vitesse de phase des ondes électromagnétiques dans le milieu est, par la suite, définie par

$$v = \frac{\omega}{\beta}. \quad (1.12)$$

En général, en GPR, les fréquences utilisées sont suffisamment élevées pour travailler dans le domaine des pertes faibles, ce qui se traduit mathématiquement par $\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \ll 1$. De plus, considérant le milieu comme ayant une aimantation faible, la perméabilité magnétique du milieu, μ , est considérée équivalente à celle de l'air μ_0 , $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \approx 1$. L'équation (1.12) se simplifie alors,

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}}, \quad (1.13)$$

et le facteur d'atténuation de l'amplitude devient,

$$\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}. \quad (1.14)$$

Les deux expressions (1.13) et (1.14) montrent que la permittivité diélectrique contrôle la vitesse des ondes EMG dans le milieu alors que les pertes sont majoritairement dues à la conductivité électrique. Voilà pourquoi les plus importantes profondeurs de sondages sont faites dans les milieux résistants tels que les glaciers (voir par exemple Bernard *et al.* [2014] ou Dugan *et al.* [2015]), et que la présence d'argile peut réduire drastiquement la profondeur de pénétration¹.

1. La présence d'argile modifie aussi le diagramme de rayonnement en le focalisant de manière non négligeable à la verticale de l'émission, tout comme l'eau. Le diagramme de rayonnement est la représentation graphique de la répartition dans l'espace du champ électromagnétique émis par une antenne. Il permet de visualiser les lobes d'émissions. Voir les travaux de Arcone [1995] et Engheta [1982].

La première utilisation de signaux électromagnétiques pour la détection d'objets métalliques est généralement attribuée à Hülsmeier en 1904, qui fut capable de détecter des ondes radio réfléchies par un bateau ainsi que des objets métalliques à faibles profondeurs. Mais c'est surtout par les travaux de Leimbach et Löwy à partir des années 1910 que tout a réellement commencé. Ces derniers étaient les premiers à observer un changement dans le signal reçu par des antennes placées dans des forages. Ils reliaient la variation de la quantité de signal reçue à l'inhomogénéité en termes de conductivité du milieu sondé. Les deux ingénieurs miniers développèrent aussi des brevets pour des antennes posées en surface qui permettaient de détecter des interfaces, dues en grande partie à la surface piézométrique de la nappe ou encore à des concentrations en minerais. Toutes leurs expérimentations se faisaient avec ce qui est maintenant appelé des "Continuous Waves radar", c'est à dire des antennes qui émettent en continu un signal électromagnétique. À partir des années 1926, Hülsenbeck [Hülsenbeck, 1926] développe des antennes impulsionnelles. Il est le premier à proposer que des variations diélectriques seules permettent d'obtenir des réflexions visibles. Suite à ses travaux, de nombreuses applications des antennes impulsionnelles furent menées pour sonder de la glace [Stenson, 1951, Evans, 1963], des dépôts de sel [Unterberger, 1978] et des formations rocheuses désertiques [Kadaba, 1976, Morey, 1974]. Ce sont cependant les applications militaires qui permirent le développement de radars impulsionnels à hautes fréquences pour des applications de surveillance militaire. Le livre de Skolnik [1981] donne une description très détaillée de l'histoire du radar pour les applications aéronautiques. Le développement des radars impulsionnels a lancé leur utilisation pour des applications archéologiques et géologiques, qui sont celles qui nous intéressent dans ce manuscrit.

Comme les chapitres suivants contiennent tous, en introduction, un état de l'art des cas précis de suivi de processus hydrodynamiques par GPR, nous présentons ici les études généralistes qui nous apparaissent comme majeures, appliquées à quelques cas d'études géologiques. Tout d'abord, les travaux de Annan and Davis [1976] et Arcone [1996], dans des environnements gelés et sur la glace, donnent une très bonne idée des performances possibles de la méthode GPR dans le cas de milieux résistants. Les applications sédimentologiques commencèrent réellement avec l'étude de Davis and Annan [1989], qui donne une très grande résolution des profils radar (ou radargrammes) obtenus sur des dunes formées par dépôts éoliens et alluviaux. Les études GPR pour la détection de failles sont assez rares. Mentionnons néanmoins le travail de Reiss *et al.* [2003], qui ont cartographié des failles normales en Sicile et en Espagne. Les études hydrologiques, hydrogéologiques et environnementales sont sans doute les mieux résumées par les travaux de Knight [2001] et Huisman *et al.* [2003]. Quant aux études pédologiques, les travaux de l'équipe de Lambot [Lambot *et al.*, 2002, 2006, 2009] durant la dernière décennie permettent de se rendre compte de la rapidité avec laquelle ce champ d'étude est en train de se développer. Un autre champ d'applications où le GPR est une méthode très utilisée est l'archéologie. Un des ouvrages de référence dans ce domaine est celui de Goodman and Piro [2013]. Nous joignons en annexe A, une étude archéologique à laquelle nous avons participé, qui illustre le potentiel du GPR pour l'archéologie. Nous avons cartographié les fondations de cellules de 24 moines autour du cloître de l'ancienne abbaye de Bourfontaine.

Il est par définition impossible d'être exhaustif en essayant de retracer l'historique d'une science, puisque l'Histoire revêt un caractère subjectif. Néanmoins, de nombreux ouvrages

relatent de manière bien plus détaillée que ce qui est présenté ici, la genèse et les faits marquants du développement de la méthode GPR. Notamment ceux que nous avons consultés fréquemment, tels que Daniels [2004], Annan [1999], Jol [2009], Skolnik [1981], ou encore Bristow and Jol [2003].

1.1.3 Propriétés électromagnétiques des matériaux géologiques

La permittivité diélectrique, ε , et la conductivité électrique, σ , sont toutes deux des fonctions complexes de la fréquence et décrivant les propriétés microscopiques des matériaux². La première des deux prend en compte les phénomènes dus à la polarisation d'un matériau, alors que la seconde retranscrit les phénomènes de transport de charges. En suivant la notation de King *et al.* [1981], elles s'expriment comme

$$\varepsilon(\omega)^* = \varepsilon'(\omega) - i\varepsilon''(\omega), \quad (1.15)$$

$$\sigma(\omega)^* = \sigma'(\omega) - i\sigma''(\omega), \quad (1.16)$$

où $\varepsilon'(\omega)$ représente le terme de polarisation, $\varepsilon''(\omega)$ représente le terme de dissipation due aux retards de polarisation, $\sigma'(\omega)$ est la conductivité ohmique et $\sigma''(\omega)$ est le terme de perte due à la diffusion dite de Faraday.

En GPR, on utilise plutôt la permittivité diélectrique effective, ou totale, ε_T , couplant ε^* et σ^* :

$$\varepsilon_T^*(\omega) = (\varepsilon'(\omega) - i\varepsilon''(\omega)) - \frac{i}{\omega} (\sigma'(\omega) - i\sigma''(\omega)), \quad (1.17)$$

avec la partie réelle quantifiant les capacités de stockage du matériau, alors que la partie imaginaire quantifie les pertes. En règle générale, $\sigma''(\omega)$ est supposé nulle et $\sigma'(\omega)$ comme valant la conductivité du milieu indépendante de la fréquence, σ_{DC} , ce qui permet d'obtenir la permittivité diélectrique relative du milieu, ε_b , comme :

$$\varepsilon_b^*(\omega) = \varepsilon'(\omega) - i \left(\varepsilon''(\omega) + \frac{\sigma_{DC}}{\omega\varepsilon_0} \right). \quad (1.18)$$

La détermination de la permittivité diélectrique d'un milieu géologique est délicate du fait de son aspect multi-composants. La plupart des roches ont une valeur de permittivité diélectrique inférieure à une dizaine de fois celle de l'air [Schön, 1996, Jol, 2009]. L'eau, pour sa part, a une permittivité relative $\varepsilon_w = 80.1$ à 25°C. Cette dernière a donc un rôle primordial dans la valeur totale de la permittivité diélectrique d'un matériau géologique. En d'autres termes, la permittivité diélectrique d'un matériau géologique sera une fonction fortement dépendante de sa teneur en eau.

Les modèles développés afin de formaliser la permittivité diélectrique d'un matériau géologique peuvent être classés en deux grandes catégories : les relations empiriques et les relations mathématiques ou volumiques (modèles de mélange).

2. Ce sont leurs moyennes sur l'ensemble des particules qui apparaissent dans les équations de Maxwell.

Relations empiriques

Dans ce type de modèle, aucune justification physique n'est recherchée, seul le caractère d'ajustement du modèle sur les données compte. Cet ajustement est habituellement effectué par le biais de fonctions polynomiales. La plus connue et la plus utilisée est sans aucun doute la relation de Topp *et al.* [1980]. Cette relation découle d'un large panel de mesures TDR (Time Domain Reflectometry) sur des sols sablo-limoneux pour des fréquences variant entre 10 MHz et 1 GHz. Elle relie la permittivité du milieu, ε_b , avec la teneur en eau volumique, θ_v , du milieu considéré par :

$$\varepsilon_b = 3.03 + 9.3 \theta_v + 146.0 \theta_v^2 - 76.7 \theta_v^3. \quad (1.19)$$

Cette relation donne de très bons résultats pour des teneurs en eau variant entre 5 – 50 % pour la plupart des sols. Cependant, comme le note Cassidy [2009], pour atteindre un degré de précision plus important, il est parfois nécessaire de redéfinir les coefficients du polynôme pour le sol étudié. Bien qu'étant le modèle le plus utilisé, il n'est pas le seul à donner des résultats satisfaisants. Mentionnons notamment les travaux contemporains de Wobschall [1977] et les études de Curtis [2001], Dasberg and Hopmans [1992] et Haillikainen *et al.* [1985].

Relations volumiques

Ce type de modèle est basé sur la décomposition du milieu étudié en plusieurs phases, chacune associée à une permittivité, dont l'ensemble forme la permittivité totale du milieu. Chronologiquement, la première de ces relations est la relation d'inclusions de Clausius-Mossotti, relatif à la combinaison des travaux de Mossotti en 1850 et Clausius en 1879 [Ashcroft and Mermin, 2002]. Le milieu, bi-phasique, est considéré comme l'inclusion de sphères de permittivité ε_2 dans un milieu encaissant de permittivité ε_1 . Sur ce même principe est développée la relation dite de Maxwell-Garnett [1904], où la proportion de l'inclusion est supposée faible devant celle du milieu hôte, ce qui permet d'obtenir une relation simple de la permittivité du milieu bi-phasique. Les travaux de Shvola [1999] et les ouvrages de Schön [1996] et Ashcroft and Mermin [2002] donnent plus de détails sur les deux modèles précédents. Ces derniers, bien que rigoureux, sont peu ou prou utilisés dans les études GPR (une des rares est celle de Fiori *et al.* [2005]), notamment en raisons de leur complexité. La communauté radariste utilise plutôt les modèles de Bruggeman-Hanai-Sen (BHS) et le Complex Refractive Index Model (CRIM), du fait de leur simplicité et de leur robustesse et parce qu'ils donnent de très bon résultats sur le domaine de fréquences utilisées par le GPR.

La formulation de CRIM [Birchak *et al.*, 1974, Roth *et al.*, 1990] permet d'exprimer la permittivité diélectrique relative d'un milieu, ε_b , comme la sommation volumique de chacune des permittivités le composant :

$$\varepsilon_b^\gamma = \sum_{i=1}^N f_i \varepsilon_i^\gamma, \quad (1.20)$$

où f_i est la fraction volumique de l'élément “ i ” et ε_i sa permittivité. Le paramètre γ varie entre -1 et 1, et tient compte de la structure du milieu et de son orientation vis à vis du champ électrique ($\gamma = 1$ pour un champ électrique parallèle aux couches de sol, $\gamma = -1$ pour un champ perpendiculaire et $\gamma = 0.5$ dans le cas isotrope [Huisman *et al.*, 2003, Alharthi and Lange, 1987]).

Pour un sable insaturé à une teneur en eau volumique θ_v , considéré comme un milieu triphasique, grains de silice - air - eau, la permittivité diélectrique relative ε_{sable} associée est :

$$\varepsilon_{sable}^\gamma = \theta_v \varepsilon_w^\gamma + (1 - \phi) \varepsilon_s^\gamma + (\phi - \theta_v) \varepsilon_a^\gamma, \quad (1.21)$$

où ε_s et ε_w sont la permittivité diélectrique relative de la silice et de l'eau respectivement, ϕ la porosité et ε_a la permittivité diélectrique relative de l'air valant l'unité.

La formulation de BHS est basée sur des inclusions de sphère(s) dans d'autre(s) sphère(s) à différentes échelles, et est appelée le “self-similar model” en référence au caractère fractal de cette représentation. Elle s'exprime généralement dans sa forme bi-phasique (milieu saturé) [Sen *et al.*, 1981] :

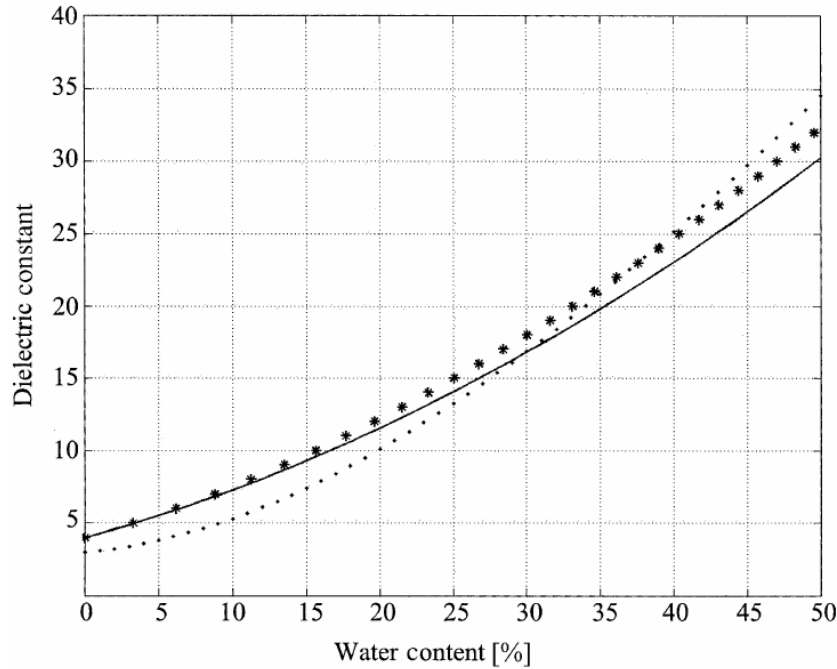
$$\phi = \left(\frac{\varepsilon_b - \varepsilon_m}{\varepsilon_w - \varepsilon_m} \right) \left(\frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_b} \right)^\psi, \quad (1.22)$$

où ε_m représente la permittivité relative de la matrice solide et ψ un facteur tenant compte de la géométrie des grains et inclusions ($\psi = 1/3$ pour une géométrie sphérique, $\psi = 0$ pour des aiguilles, $\psi = 1$ pour des géométries en plans [Sen *et al.*, 1981]). Dans le cas d'un milieu insaturé, la méthode à suivre est d'utiliser deux fois la relation de BHS [Greaves *et al.*, 1996]. Une première fois pour déterminer la permittivité diélectrique relative des pores (mélanges eau-air) et une deuxième fois pour calculer la permittivité relative du milieu (mélange minéral-pores).

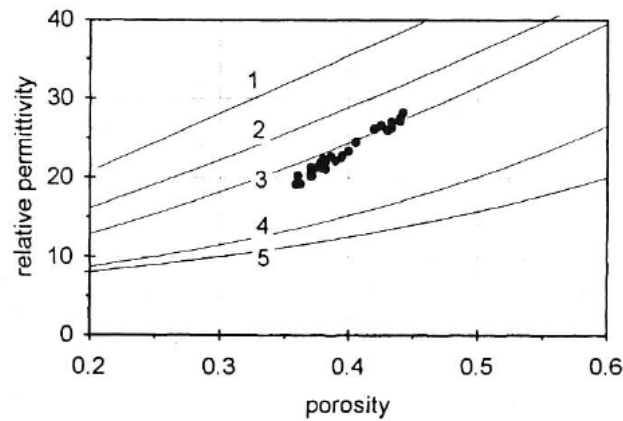
De nombreuses comparaisons sur l'efficacité des trois différents modèles ci-dessus sont données notamment au travers des études de Loeffler and Bano [2004], Bano [2004], Coutanceau-Monteil and Jacquin [1993] et Endres and Knight [1992]. Les courbes présentées sur la Figure 1.1 sont tirées de Bano [2004] et Schön [1996].

La Figure 1.1-a) permet de voir les comportements des différents modèles en fonction de la teneur en eau, alors que le graphique de la Figure 1.1-b) compare ces modèles à un jeu de données correspondant à un sable. Clairement, pour ce sable, le modèle de CRIM apparaît comme le plus approprié dans ce domaine de porosité.

Cependant la question légitime demeure : quel est le meilleur modèle ? On peut répondre comme Cassidy [2009] : cela dépend des circonstances, et de ce que l'on connaît du milieu. L'avantage majeur du modèle empirique de Topp *et al.* [1980] est qu'il ne nécessite aucune connaissance *a priori* du milieu. Le modèle de CRIM peut être utilisé à la fois pour la partie réelle et la partie imaginaire de la permittivité diélectrique [Tsui and Matthews, 1997]. Enfin, le modèle de BHS prend en compte la géométrie et la distribution de l'eau au travers du facteur de cimentation (ψ dans l'équation (1.22)) : ceci peut avoir un effet important dans le cas de milieux partiellement saturés, comme l'ont montré Endres and Knight [1992].



a)



b)

FIGURE 1.1 – Comparaisons de différent modèles de permittivité. **a)** Modèle de Topp (\cdot), modèle de CRIM ($-$), modèle de BHS ($*$). Figure tirée de Bano [2004], pour un sable à 40% de porosité. **b)** $\varepsilon = f(\phi)$ pour 5 modèles différents : 1-Moyenne arithmétique, 2-Maxwell-Garnet, 3- CRIM, 4- Équation de Lichtenecker, 5- BHS. Graphique tiré de Schön [1996]. Les données (représentées par “.”) correspondent à un sable saturé.

Les études que nous présentons ont été conduites dans des sables. Nous avons choisi d'utiliser le modèle de CRIM pour un sable considéré comme milieu tri-phasique, alors que le modèle de Topp a été utilisé dans le cas de milieux plus complexes comme des loess ou limons.

1.1.4 Dispersion

La dispersion des ondes électromagnétiques émises par le GPR se traduit par le changement de la forme d'onde émise, la rendant plus "large" dans le domaine temporel, donc plus basse fréquence. Cette dispersion a non seulement un impact sur l'amplitude du signal mais aussi sur le pointage des maxima des ondelettes. La quantification correcte des TWTs pour le suivi de phénomènes hydrodynamiques nécessite donc la prise en compte de la dispersion. Comme le souligne Irving and Knight [2003] deux types d'approches peuvent être appliquées : soit prendre en compte la dispersion dans les modèles directs pour ajuster au mieux les données (Arcone [1981], Powers and Olhoeft [1994], Powers [1997], Annan [1996], Carcione [1996], Xu and McMechan [1997]), soit retirer la dispersion directement dans les données (Turner [1994], Bano [1996a,b], Irving and Knight [2003], Bano [2004]).

Pour nos problèmes de suivi de processus hydrodynamiques, plusieurs sources sont à l'origine de la dispersion observée sur nos données et sont difficilement dissociables les unes des autres. Tout d'abord le couplage des antennes avec le milieu environnant a un effet direct non négligeable sur le contenu fréquentiel de l'ondelette émise. L'ouvrage de Daniels [2004] donne les expressions des pertes lors de la transmission de l'onde électromagnétique dans le sol en fonction du couplage des antennes. Si ce couplage évolue avec le temps, la prise en compte de la dispersion due uniquement au couplage devient difficilement quantifiable. Vient ensuite la dispersion créée par des gradients de permittivité diélectrique. Ceci a été étudié par Diamanti and Redman [2014] et plus particulièrement par Saintenoy and Hopmans [2011] pour des gradients de permittivité dans les profils de teneur en eau. Enfin, une source de dispersion est liée au milieu sondé lui-même. Comme mentionné au préalable, équation (1.18), la permittivité diélectrique est une fonction dispersive du milieu, c'est à dire qu'elle dépend de la fréquence. Elle s'exprime sous la forme d'un nombre complexe, ε_b^* [Heimovaara, 1994] :

$$\varepsilon_b^* = \varepsilon'_b(f) - i \left[\varepsilon''_b(f) + \frac{\sigma_b}{2\pi f \varepsilon_0} \right], \quad (1.23)$$

avec f la fréquence du champ électromagnétique associé, ε'_b la partie réelle de la permittivité relative du milieu, $\varepsilon''_b(f) + \frac{\sigma_b}{2\pi f \varepsilon_0}$ le facteur de perte due à la relaxation, $\varepsilon''_b(f)$, et à la conductivité du milieu σ_b .

Pour un matériau multi-composants, la formulation de CRIM (Équation (1.20)) devient une sommation de permittivités, chacune fonction de la fréquence. Dans les faits, plusieurs simplifications sont possibles, la permittivité de l'air est considérée comme très proche de celle du vide et indépendante de la fréquence. Il en est de même pour les permittivités associées aux phases solides, indépendantes de la fréquence et se limitant à leurs parties

réelles [Heimovaara, 1994]. Seule l'eau, dite libre, est connue pour avoir un comportement dispersif. Plusieurs relations existent pour décrire le comportement dispersif des liquides, notamment les modèles de Cole-Cole [Cole and Cole, 1941], Cole-Davidson [Davidson and Cole, 1951] et le modèle de Lorentz [Ashcroft and Mermin, 2002] qui, cette fois se consacre aux matériaux en général. Nous présentons ici le modèle de Debye [1929], qui exprime la conductivité complexe de l'eau libre, ε_{fw}^* , comme :

$$\varepsilon_{fw}^* = \varepsilon_{\infty,w} + \left[\frac{\varepsilon_{s,w} - \varepsilon_{\infty,w}}{1 + i\omega\tau_0} \right] - i \frac{\sigma_{fw}}{\omega\varepsilon_0}, \quad (1.24)$$

où $\varepsilon_{\infty,w}$ est la limite haute fréquence de la partie réelle valant 4.22 à 25°C [Hasted, 1973], $\varepsilon_{s,w}$ la valeur statique de la permittivité de la partie réelle, s'exprimant en fonction de la température T , comme $\varepsilon_{s,w} = 88.045 - 0.4147T + 6.295 \cdot 10^2 T^2 + 1.075 \cdot 10^{-5} T^3$ [Klein and Swift, 1977]. Le temps de relaxation est $\tau_0 = \frac{1}{2\pi} (1.1109 \cdot 10^{-10} - 3.824 \cdot 10^{-12} T + 6.938 \cdot 10^{-14} T^2 - 5.096 \cdot 10^{-16} T^8)$ d'après Stogryn [1971] et σ_{fw} est la conductivité ionique de l'eau, dépendant elle aussi de la température.

Dans cette représentation, toute l'eau présente est supposée libre. Cette supposition est correcte dans les sables [Huisman *et al.*, 2003], mais serait fausse en cas de présence d'argiles.

La Figure 1.2-a) montre l'évolution de la partie réelle de la permittivité avec la fréquence, d'un sable à 40% de porosité, saturé à 30%, considérant le modèle volumique de CRIM et la relaxation de Debye avec une conductivité de l'eau à $\sigma_{fw} = 500 \mu S.cm^{-1}$. La Figure 1.2-b) concerne la partie imaginaire, donc les termes de pertes. La partie réelle peut subir une diminution jusqu'à l'ordre de 1% pour la plage de fréquences utilisée, de 50 MHz à 10 GHz. La courbe verte de la Figure 1.2 est le modèle de CRIM en négligeant la dispersion de Debye. Cette courbe permet de quantifier l'importance de la prise en compte des phénomènes de dispersion dans le calcul des permittivités effectives pour les sols insaturés. Les permittivités et donc les vitesses seront différentes selon les fréquences, comme le présente la Figure 1.2-c). Le contenu fréquentiel de l'impulsion électromagnétique change au cours de sa propagation. Le signal temporel sera donc déformé. En effet, à 1 GHz la différence dans les temps de parcours des ondes électromagnétiques dans deux mètres du milieu considéré sera de l'ordre de 0.3 ns entre le calcul de la vitesse en prenant en compte la dispersion de Debye et en l'ignorant. Ces 0.3 ns peuvent être supérieur à l'incertitude sur le pointage des maxima, d'où la prise en compte de la dispersion de Debye dans nos modèles lors du suivi GPR de phénomènes impliquant de faibles différences temporelles, comme présenté chapitre 4.

1.1.5 Comment résoudre les équations de Maxwell ?

Résoudre le système d'équations ((1.1)-(1.4)) est nécessaire afin de connaître les valeurs des champs $\vec{H}(x, y, z, t)$ et $\vec{E}(x, y, z, t)$ dans tout l'espace et au cours du temps. Cependant la résolution est loin d'être aisée algébriquement. Une solution algébrique dans le cas 1D est proposée dans les ouvrages classiques d'électromagnétisme (*e.g.* Feynman *et al.* [1964], Jackson [1975]). Le développement proposé conduit à l'équation de propagation des ondes

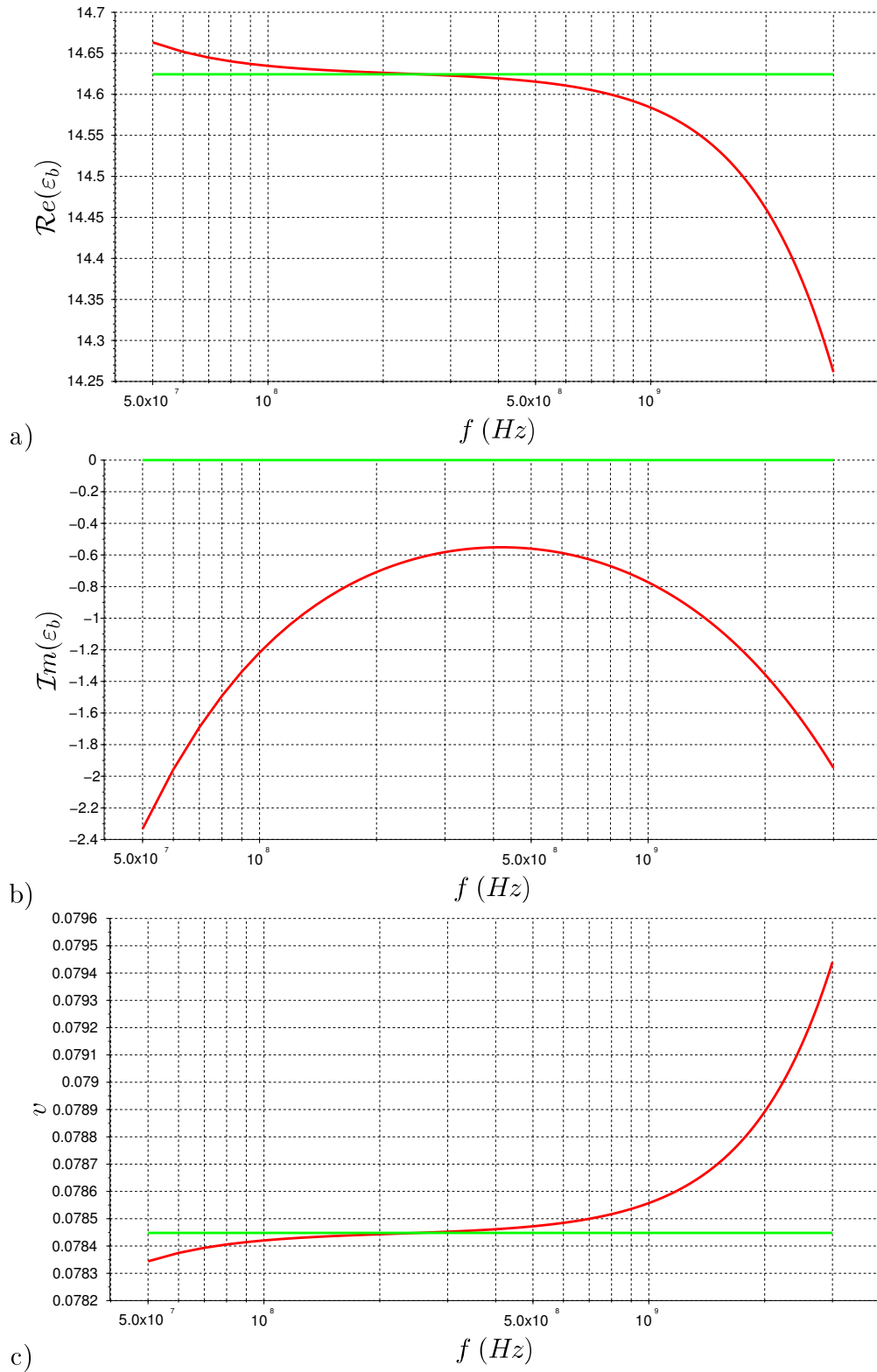


FIGURE 1.2 – Variations de la permittivité pour un sable insaturé ($\phi = 0.4\%$, $\theta_v = 0.3 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, $\sigma_{fw} = 500 \mu\text{S}.\text{cm}^{-1}$) : **a)** partie réelle, **b)** partie imaginaire et **c)** vitesse de phase $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon'}}$. Les courbes rouges sont obtenues en prenant en compte la dispersion de Debye, tandis que les courbes vertes l'ignorent.

électromagnétiques dans le vide (équation de Helmholtz, qui permet de dériver la vitesse de phase, relation (1.13)). Une solution à cette équation de type sinusoïdale permet de comprendre de nombreux phénomènes, tels que les vitesses de groupe et de phase, comme présentée plus haut (équation 1.12).

À plus grande dimension, le développement analytique devient plus complexe. En y ajoutant des termes sources et en considérant non pas le vide mais un milieu diélectrique, on se tourne généralement vers des méthodes numériques.

Le développement des algorithmes de résolution des équations de Maxwell dans le cas d’une émission/réception GPR s’est fait en parallèle de celui des possibilités de calcul (processeurs, CPU, GPU). Le monde des “radaristes” a proposé de nombreuses approches, que nous énumérons ici de façon succincte :

- méthodes basées sur une analogie optique, avec le calcul des rayons, notamment représentées par les travaux de Goodman [1994], Cai and McMechan [1995] et Powers [1995],
- méthodes dans le domaine fréquentiel, avec notamment les travaux de Powers and Olhoeft [1994], Zeng *et al.* [1995] et la thèse de Lopes [2009],
- méthodes intégrales qu’on peut résumer par le travail de Ellefsen [1999],
- méthodes dites pseudo-spectrales avec Carcione [1996], Casper and Kung [1996] et Lui and Fan [1999],
- et enfin, les méthodes dites Finite-Difference-Time-Domain (FDTD) toutes basées sur l’algorithme de Yee [1966], repris dans l’ouvrage de Taflove [1995].

Dans un monde où la qualité d’un produit se juge, dans la majorité des cas, au nombre d’utilisateurs le possédant, la méthode la plus efficace est la FDTD. En effet, le nombre de publications relatives à l’utilisation de la méthode FDTD pour des simulations numériques GPR est 4 fois supérieur³ à celui utilisant des méthodes telles que le tracé de rayons [Cerveny, 2001, Zelt and Ellis, 1988] ou la résolution de l’équation de l’Eikonal [Vidale, 1990]⁴. La popularité de la méthode FDTD pour simuler des radargrammes a vraiment pris son essor avec le code GprMax2D [Giannopoulos, 2005], disponible gratuitement⁵. Le logiciel GprMax implémente l’algorithme de Yee [1966], résolvant explicitement les équations différentielles de Maxwell à l’aide d’un maillage particulier. L’algorithme de Yee est développé et expliqué en détails dans l’ouvrage de référence de Taflove [1995] ainsi que dans la thèse de Nectaria Diamanti [Diamanti, 2008].

Durant nos travaux, nous nous sommes servis du code GprMax2D ainsi que d’un algorithme de chemin optique dans le cas 1D, ce dernier étant plus rapide que les méthodes FDTD.

3. En accord avec Google Scholar.

4. Il est à noter que l’ouvrage de Scales [1997] est très instructif en ce qui concerne la résolution de l’équation dite de l’Eikonal.

5. À noter aussi la publication du code de Irving and Knight [2006], open source cette fois, mais nécessitant Matlab®...

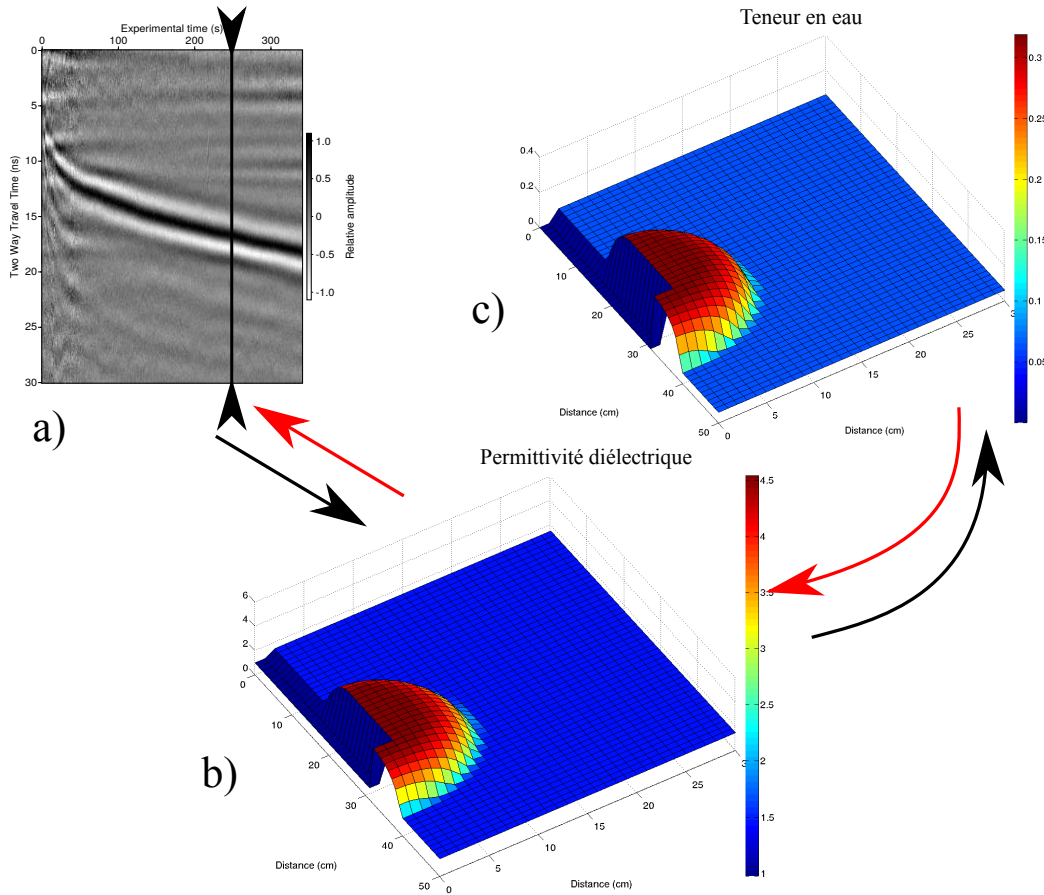


FIGURE 1.3 – À un instant “t”, le radargramme **a)** est associé à une distribution de permittivités **b)**, convertible en profil de teneur en eau **c)**. Les flèches noires représentent le modèle inverse, alors que les flèches rouges sont pour le modèle direct. Ces trois figures représentent le cas d’une infiltration en forage, de type Porchet, qui sera présentée dans le chapitre 3.

1.1.6 Inversion - Première partie

Les sections précédentes ont montré le lien direct entre les propriétés diélectriques du milieu d’intérêt et le signal GPR, tant au niveau des vitesses des ondes EMG que de leurs amplitudes. Cela nous permet de passer d’une interprétation qualitative d’un radargramme à une étude quantitative. En d’autres termes, nous faisons correspondre à une image GPR temporelle une distribution de permittivité diélectrique, puis, par le biais de relations pétrophysiques, $\theta = f(\varepsilon)$, nous obtenons une distribution de teneur en eau. Ceci est illustré sur la Figure (1.3) par les flèches noires. Le passage du signal GPR à la distribution de permittivité est non-unique car plusieurs distributions de permittivité peuvent donner le même signal. L’inversion de données GPR va consister en l’utilisation de ces dernières pour en déduire un modèle de permittivité puis un modèle de teneur en eau.

Cependant, le modèle diélectrique de la Figure (1.3) soulève une question sur la taille

de ce maillage, c'est à dire sur ce que nous *voyons* vraiment, sur ce que nous sommes vraiment capables de *résoudre*. Cette capacité de résolution dépend de nombreux facteurs propres à notre outil (largeur de bande de fréquence, couplage antenne-sol, ...) mais aussi et surtout de la physique des ondes EMG au sein du milieu. Ce maillage est conditionné par la qualité des simulations hydrodynamiques et électromagnétiques.

Depuis deux décennies, l'inversion des données géophysiques est en plein essor. Il en est de même pour l'inversion des données GPR. Comme en sismique, on peut utiliser à la fois le TWT et l'amplitude du signal GPR pour obtenir des variations de permittivité diélectrique et de conductivité électrique. Nous nous sommes limités à l'inversion des TWTs, plus robuste et plus facile à mettre en oeuvre que l'inversion des formes d'ondes. Nous étions initialement curieux de savoir si l'inversion temporelle serait suffisante pour quantifier les paramètres hydrodynamiques. L'inversion temporelle permet aussi de travailler en différentiel, c'est à dire par rapport à l'état initial, et évite de nombreux problèmes de condition initiale et de détermination de la source.

Les travaux présentés dans les chapitres suivants sont tous des suivis de processus hydrodynamiques, c'est à dire que les mesures GPR se font à la même position : seul le milieu évolue en réagissant à une perturbation (infiltration d'eau, variations de niveau piézométrique). La manière avec laquelle le milieu réagira, hydrodynamiquement parlant, transparaîtra sur les radargrammes et nous permettra d'estimer les paramètres hydrodynamiques.

1.2 Hydrodynamique des sols

Comme présenté en introduction générale, la dynamique des fluides au sein d'un sol est régie par l'équation (1) de Richards [1931]. Sa résolution nécessite la connaissance des fonctions de rétention en eau, $\theta(h)$, et de conductivité hydraulique, $K(\theta)$. Ces deux fonctions sont liées et leur détermination découle d'un formalisme de l'hydrodynamique par un modèle capillaire. Deux grands modèles capillaires ont donné les bases de fonctions paramétriques permettant de décrire $\theta(h)$ et $K(h)$, le modèle de Burdine [1953] et celui de Mualem [1976]. Nous avons utilisé ce dernier et nous en présentons ici les grandes lignes.

1.2.1 Le formalisme de Mualem

Le travail de Mualem [1976] se base sur la contribution de chacun des pores en prenant en compte leur distribution en fonction de leur taille. Afin de définir au mieux le milieu poreux, il utilise un modèle d'une paire de pores de différents rayons interconnectés entre eux. En intégrant la distribution de la taille des pores, et en prenant en compte la corrélation spatiale ainsi que la tortuosité par deux distributions multiplicatives, il obtient une formule intégrale de la conductivité hydraulique :

$$K_r(\theta) = S_e^\lambda \left[\frac{\int_0^\theta h^{-1} d\theta}{\int_0^{\theta_s} h^{-1} d\theta} \right]^2, \quad (1.25)$$

où $K_r(\theta) = K(\theta)/K_s$ est la conductivité relative, et $S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$, la saturation effective, s'exprimant en fonction de la teneur en eau à saturation θ_s et la teneur en eau résiduelle θ_r . Le paramètre λ , la tortuosité, à l'exposant de la saturation effective, permet un meilleur ajustement des données, car il donne un degré de liberté supplémentaire. Cependant, Mualem dans son étude sur 45 sols [Mualem, 1976] montre que la valeur de $\lambda = 0.5$ donne de très bons résultats et permet de lever son indétermination. Nous estimons néanmoins ce paramètre dans les cas présentés Chapitre 2 et 4 pour vérifier cette valeur. La résolution de l'intégrale (1.25) est rendue possible par la connaissance de la fonction $h(\theta)$, réciproquement $\theta(h)$, fonction de rétention en eau, reliant la teneur en eau θ à la charge matricielle h .

1.2.2 Modèles paramétriques de la fonction de rétention en eau

L'intégrale dérivée par Mualem permet de donner la formulation de la conductivité hydraulique à partir de la connaissance d'un modèle de rétention en eau, $\theta(h)$. Dans son travail original, Mualem testa le modèle paramétrique de Brooks and Corey [1964], avec trois paramètres à ajuster. Cependant, il ne donnait pas entière satisfaction pour tout type de sol. Dès lors, il était nécessaire de relier $K(h)$ à $\theta(h)$ avec plus de paramètres d'ajustement, donc plus de degrés de liberté. En se basant sur les études de Ahuja and Swartzendruber [1972] et Haverkamp *et al.* [1977], van Genuchten [1980] proposa son modèle comme solution de la forme intégrale (1.25) :

$$\theta(h) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) [1 + (\alpha h)^n]^{-m}, \quad (1.26)$$

où θ_r et θ_s sont respectivement les teneurs en eau résiduelle et à saturation, n , m et α sont des paramètres d'ajustement. Le paramètre α a la dimension inverse d'une longueur et est proportionnel à l'inverse de la charge au point d'inflexion. Le paramètre n est proportionnel à la courbure de la fonction de rétention en eau, au point d'inflexion.

En réinjectant l'équation (1.26) dans la formulation de Mualem (1.25) et en utilisant la simplification [van Genuchten, 1980] :

$$m = 1 - 1/n, \quad (1.27)$$

il vient :

$$K(h) = K_s S_e^\lambda [1 - (1 - S_e^{1/m})^m]^2, \quad (1.28)$$

avec K_s la conductivité hydraulique à saturation. Le modèle de Mualem-van Genuchten (M-vG) n'est qu'une représentation parmi un large panel de modèles existants (e.g. Brooks and Corey [1964], Fredlung and Xing [1994], Haverkamp and Parlange [1986], Brutsaert [1966]). Mais c'est l'un, si ce n'est le plus utilisé actuellement par la communauté des "radaristes". L'étude de Kosugi *et al.* [2002] donne un état de l'art assez complet de tous ces modèles paramétriques, alors que celle de Fuentes *et al.* [1992] en propose une comparaison mathématique. La force de ces modèles réside dans le fait que l'hydrodynamique et l'hydrostatique d'un milieu poreux (un sol) peuvent être représentées par un jeu de 6 paramètres (pour le modèle de M-vG), $\{\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, \lambda\}$. Ce sont ces paramètres hydrodynamiques que nous souhaitons quantifier à l'aide de mesures GPR.

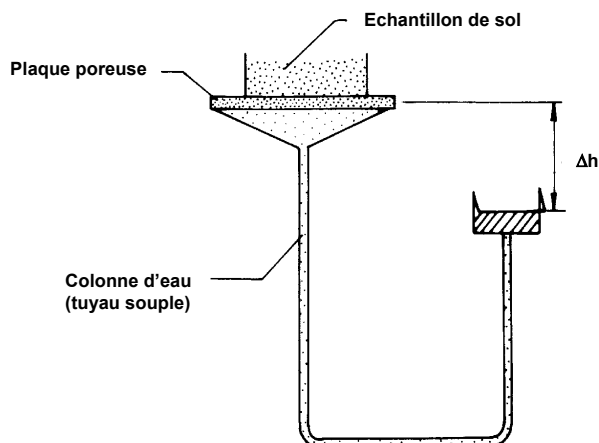


FIGURE 1.4 – Schéma de la méthode de la colonne suspendue.

1.2.3 Détermination de la fonction de rétention en eau

La détermination des paramètres de la fonction de rétention en eau se fait classiquement en laboratoire sur des échantillons de sol. Plusieurs méthodes existent (voir Dane and Topp [2002]), parmi lesquelles celle que nous avons utilisée, la méthode en colonne suspendue [Dane and Hopmans, 2002]. Nous donnons en Annexe B la description d’une autre technique, la méthode par évaporation [Peters and Durner, 2008, Schindler *et al.*, 2010a,b], ainsi qu’une comparaison de celle-ci avec celle de la colonne suspendue, pour un sable (OsoFlaco Sand), effectuée au laboratoire Land Air and Water Resources à UC-Davis (CA, USA).

Colonne suspendue

La méthode de la colonne suspendue, à l’origine appelée “Haines apparatus” [Haines, 1930], présentée en détail par Dane and Hopmans [2002], permet de faire un suivi de la teneur en eau volumique d’un échantillon de sol en fonction de la succion appliquée. Le schéma de l’appareillage est représenté sur la Figure 1.4. Un échantillon du sol dont on souhaite déterminer les paramètres de la fonction de rétention en eau est mis en équilibre hydrostatique par le biais d’une membrane poreuse. À l’équilibre initial, le niveau d’eau dans l’éprouvette graduée correspond au bas de l’échantillon.

Si une succion est appliquée par une diminution de l’altitude de l’éprouvette par rapport à l’état initial (Δh sur la Figure 1.4), le volume qui sortira de l’échantillon pourra être déterminé. En répétant cette opération pour un certain nombre de pas et en mesurant la teneur en eau finale de l’échantillon, une fois qu’il ne perd plus d’eau quelle que soit la succion appliquée, un jeu de points (h, θ) est obtenu. Un ajustement des données par un modèle de fonction de rétention en eau (*e.g.* celui de van Genuchten [1980]) permet d’obtenir les paramètres souhaités.

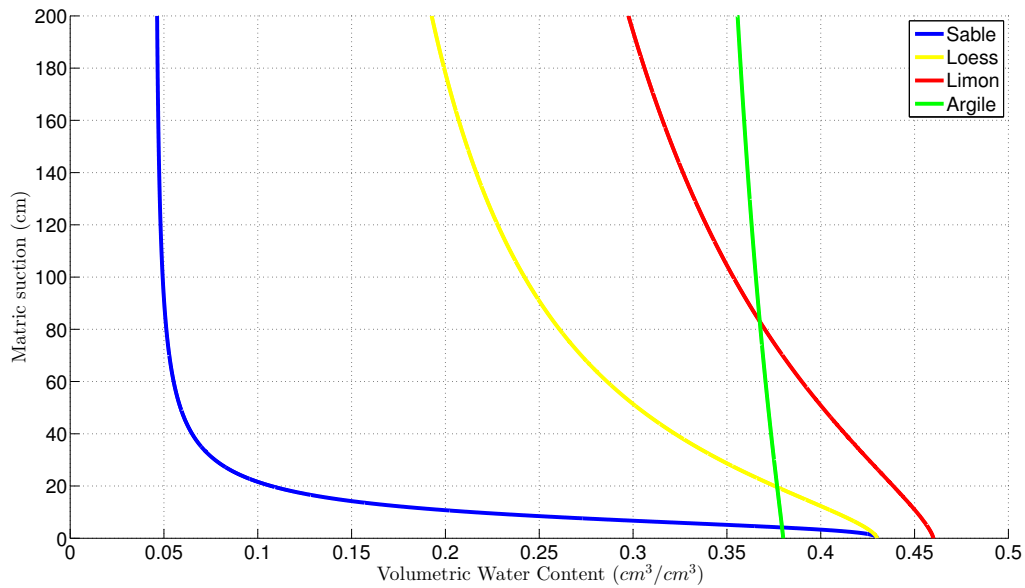


FIGURE 1.5 – Courbes de rétention en eau pour différents types de sols (voir Table 1.1). Données tirées de Carsel and Parrish [1988].

	θ_r (cm³.cm⁻³)	θ_s (cm³.cm⁻³)	α (cm⁻¹)	n
Sable	0.045	0.43	0.145	2.58
Loess	0.078	0.43	0.036	1.56
Limon	0.034	0.46	0.016	1.37
Argile	0.068	0.38	0.008	1.09

TABLE 1.1 – Paramètres de la fonction de rétention en eau pour différent types de sols, en considérant le modèle de van Genuchten [1980]. Données tirées de Carsel and Parrish [1988].

Variabilité des paramètres

La Figure 1.5 présente différentes fonctions de rétention en eau correspondant aux paramètres de la Table 1.1 pour le modèle de van Genuchten. Ces courbes permettent de discriminer une argile vis-à-vis d'un sable et d'un limon. Les paramètres hydrodynamiques permettent de représenter les différents sols au même titre que leur granulométrie et leur composition.

Cependant, une variabilité de ces paramètres est présente pour un même type de sol. La Figure 1.6 en est l'illustration avec des courbes de rétention en eau obtenues sur des échantillons d'un même sable de Fontainebleau.

Chaque échantillon a été créé à partir du même sable, essayant de garder la même masse volumique pour chaque cylindre. Les teneurs en eau résiduelle et à saturation sont bien définies, cependant le paramètre n varie considérablement (entre 6 et 10). Cette variabilité

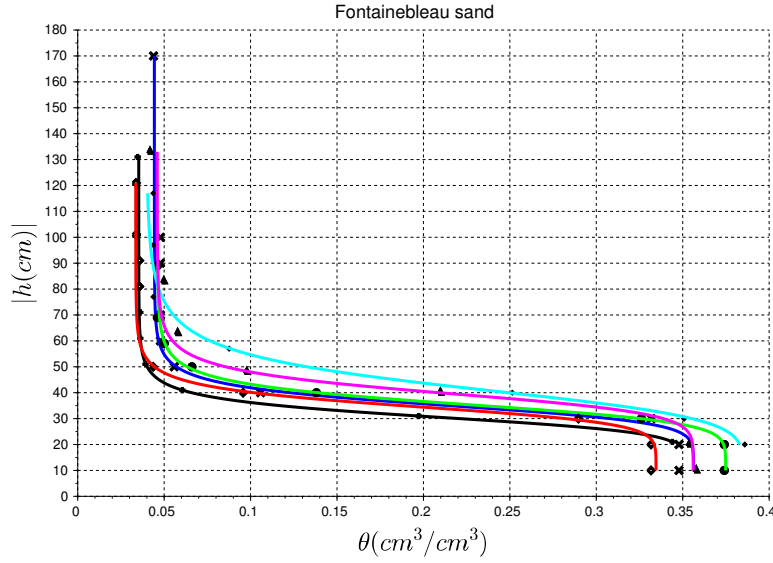


FIGURE 1.6 – Courbes de rétention en eau. Mesures réalisées sur des échantillons de 250 cm^3 de sable de Fontainebleau. Intervalle de valeurs : $\theta_r = [0.035; 0.045] \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, $\theta_s = [0.33; 0.38] \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, $n = [6.8; 10]$ et $\alpha = [0.024; 0.033] \text{ cm}^{-1}$.

sur les paramètres montre bien le problème de la représentativité d'un échantillon de sol, même si la variabilité observée est caractéristique d'un sable et n'a rien à voir avec celle observée pour différents sols (Figure 1.5 et Table 1.1).

Classiquement nous avons vu que l'on détermine plutôt les paramètres de la fonction de rétention en eau, sur des échantillons de sols, rapportés, ou reconstitués. *A contrario*, la conductivité hydraulique à saturation, K_s , est classiquement déterminée, *in situ*, à l'aide de tests d'infiltrométrie.

1.2.4 Détermination *in situ* de la conductivité hydraulique à saturation

Les infiltromètres sont des outils qui fonctionnent tous, plus ou moins, sur le même principe, à savoir le suivi du volume d'eau qui s'infiltre dans le sol au cours du temps, à partir d'une surface délimitée. Ce principe est très bien illustré par le test d'infiltrométrie de Müntz, ou infiltromètre simple anneau. Historiquement pionnière, cette méthode fut inspirée et mise au point par les agronomes Müntz, Faure et Laine [Muntz *et al.*, 1905] au tout début du XX^e siècle. Ils recherchaient une méthode simple pour évaluer l'infiltration afin de quantifier les débits d'irrigation, dans les tranchées et autres aménagements agricoles. Améliorée par la suite, cette méthode consiste à mesurer la vitesse d'infiltration de l'eau sous une charge constante. Lorsqu'il y a infiltration, la distance sur laquelle s'exerce la différence de charge hydraulique augmente au cours du temps, car le front d'humecta-

tion avance dans le sol. Le flux infiltré tend donc peu à peu vers une valeur proche de la conductivité hydraulique à saturation de la couche considérée.

Par la suite, de nombreux autres types d'infiltromètres ont été développés afin d'améliorer plusieurs aspects :

- limiter l'influence des écoulements horizontaux sur la mesure, avec l'infiltromètre à double anneau de Colombani-Lamagnat-Thiebaux [Colombani *et al.*, 1973]. La mesure du flux infiltré est effectuée dans un anneau central entouré d'un anneau secondaire de plus grand diamètre permettant de maintenir le flux de l'anneau central vertical.
- travailler à des potentiels légèrement inférieurs à zéro, permettant à la fois d'activer hydrauliquement certains pores selon leur diamètre et d'obtenir la fonction de conductivité hydraulique pour plusieurs potentiels légèrement inférieurs à zéro. Ceci a été rendu possible par le développement des infiltromètres à disques (ou Triple Ring Infiltrometers at Multiple Succions (TRIMS)), à travers les travaux de Ankeny *et al.* [1991], Reynolds and Elrick [1991], Smettem and Clothier [1989], Thony *et al.* [1991], White and Sully [1987], Elrick and Robin [1981] et Coquet *et al.* [2000].
- déterminer K_s dans une couche de profondeur donnée, avec le développement d'infiltrométrie en forage telle que le test de Porchet [Porchet and Laferrere, 1935] ou le perméamètre de Guelph [Reynolds *et al.*, 1985].

Durant nos expérimentations sur le terrain, nous avons utilisé l'infiltromètre à disque afin d'en déduire la conductivité hydraulique à saturation.

1.2.5 Infiltromètre à disque

L'infiltromètre à disque est un instrument couramment utilisé pour la mesure *in situ* de la conductivité hydraulique des sols. Ce système est aussi appelé "TRIMS" (pour l'anglicisme Triple Ring Infiltrometer at Multiple Succions), car il dispose de trois tailles différentes d'embases (diamètres de 250 mm, 80 mm et 48.5 mm). Précisons d'ores et déjà que l'intérêt de cet infiltromètre réside dans la mesure de la conductivité hydraulique, non seulement à saturation, K_s , mais aussi à des potentiels légèrement inférieurs à zéro, généralement entre -25 cm et 0 cm. Comme le soulignent Coquet *et al.* [2000], ces mesures de conductivité hydraulique à différents potentiels, au voisinage de la saturation, permettent de détailler la relation entre conductivité hydraulique et potentiel de l'eau, $K(h)$, afin d'en déduire des informations sur le fonctionnement hydrodynamique de la macroporosité du sol. En effet, une mesure d'infiltration à un potentiel de -25 cm (entre -2.5 et 0 kPa) correspond à des pores du sol hydrauliquement actifs de diamètres inférieurs à 0.12 mm, d'après la loi de Jurin. Cet appareil, schématisé sur la Figure 1.7, est constitué d'un disque creux, avec une membrane en toile de Nylon à sa base, fixée au moyen d'un élastique sur l'embase. La perméabilité de cette toile doit être élevée. Ses mailles ont un diamètre compris entre 20 μm et 50 μm selon les cas. Le réservoir gradué, hermétiquement fermé en son sommet par un bouchon en caoutchouc muni d'un tuyau souple, permet l'alimentation du disque. Une pince de Mohr tient lieu d'obturateur. L'entrée de l'air dans le réservoir principal se fait par l'intermédiaire d'un tube relié à un vase de Mariotte.

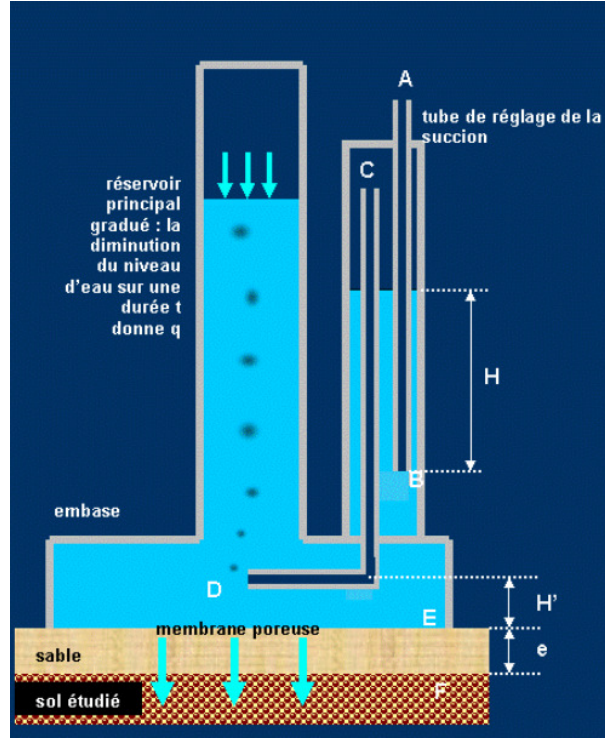


FIGURE 1.7 – Schéma de l'infiltromètre à disques (vient de Elie [2008]).

Regardons plus en détail le fonctionnement de ce système à 2 réservoirs, fixant le potentiel négatif de l'eau à la surface du sol. Nous raisonnerons par rapport à la pression atmosphérique $P_A = 0$. Suivant les lois d'hydrostatique, avec les notations de la Figure (1.7), on a les relations suivantes :

$$P_A = P_B , \quad (1.29)$$

$$P_B - P_C = \rho g H , \quad (1.30)$$

$$P_C = P_D , \quad (1.31)$$

$$P_E - P_D = \rho g H' . \quad (1.32)$$

Nous recherchons la pression hydrostatique au point F du schéma 1.7, à savoir sur le sol. Utilisons nos précédents résultats pour dériver

$$P_F - P_D = (P_F - P_E) + (P_E - P_D) , \quad (1.33)$$

$$= \rho g e + \rho g H' . \quad (1.34)$$

d'où :

$$P_F = \rho g e + \rho g H' - P_D , \quad (1.35)$$

$$= \rho g e + \rho g H' - \rho g H , \quad (1.36)$$

et la charge hydrique exprimée en termes de hauteur d'eau

$$h = e + H' - H. \quad (1.37)$$

Comme l'épaisseur du sable, e , est faible devant H et H' et que $H' < H$, la charge hydrique est donc négative : il y a bien une succion en F.

Nous avons utilisé cet infiltromètre pour remonter à la courbe de conductivité hydraulique en utilisant la méthode multi-potentiels de Ankeny *et al.* [1991], résumée pratiquement par Coquet *et al.* [2000], lors de mesures sur sols sableux. Toutes les valeurs de conductivité hydraulique à saturation, K_s , retrouvées par nos inversions de données de suivi GPR sont comparées à celles obtenues par infiltromètre à disque.

Les paramètres de la fonction de rétention en eau, quant à eux, ont tous été obtenus sur des échantillons de sols reconstitués à la masse volumique apparente connue lors du prélèvement, par la méthode de la colonne suspendue.

1.2.6 Tests d'infiltrométrie obtenant $\theta(h)$ et $K(\theta)$

Jusqu'à maintenant, nous avons séparé les méthodes classiques de détermination des paramètres de rétention en eau de celles de détermination des paramètres de conductivité hydraulique. L'objectif de cette thèse est d'inverser conjointement ces paramètres, *in situ*. Plusieurs méthodes existent déjà, sans imagerie cependant. Nous en présentons brièvement deux.

Beerkan Estimation of Soil Transfer (BEST)

La méthode BEST de Lassabatere *et al.* [2006] est fondée sur une infiltration en simple anneau couplée à des mesures de granulométrie. L'essai consiste à infiltrer successivement des volumes d'eau dans l'anneau et à mesurer le temps nécessaire à l'infiltration de chacun d'eux. Un nouveau volume d'eau est versé immédiatement après la fin de l'infiltration du volume d'eau précédent. Cet essai fournit un ensemble de points expérimentaux correspondant au cumul des volumes d'eau infiltrés dans l'anneau en fonction du temps. Cet ensemble de points (t_i, I_i) décrit le régime transitoire et le régime permanent. Cette méthode est avant tout basée sur les travaux de Haverkamp *et al.* [1996, 1999] qui ont développé dans les années 90 une méthode dite "Beerkan", cherchant à déterminer la courbe caractéristique de rétention en eau, les paramètres de forme et les paramètres d'échelle ainsi que les paramètres de la courbe caractéristique de la conductivité hydraulique. Les paramètres de forme de la courbe de rétention en eau sont fonction de la texture du sol, qui est déterminée par analyse granulométrique, alors que les paramètres d'échelle sont dépendants de la structure du sol et sont déterminés par un test d'infiltration en simple anneau à charge nulle. Cette méthode nécessite l'échantillonnage du sol avant et après la réalisation du test d'infiltration afin de quantifier les teneurs en eau *pré-* et *post-test*, ainsi que pour effectuer les tests de granulométrie. L'algorithme BEST [Lassabatere *et al.*, 2006] permet d'optimiser la conductivité hydraulique en utilisant le modèle de Brooks and Corey [1964] et le modèle capillaire de Burdine [1953], ainsi que la fonction de rétention en eau ajustant les données au modèle de van Genuchten [1980].

Perméamètre à pointe conique

Cette méthode est basée sur le pénétromètre à pointe conique utilisé en géotechnique pour déterminer les propriétés mécaniques des sols. La tige pénétrométrique, que l'on enfonce dans le sol, ne produit qu'une faible perturbation, autour de celle-ci. Cette tige, enfoncée par battage, permet d'accéder à des couches, pour la plupart des sols, jusqu'à une dizaine de centimètres de profondeur, sans effectuer de travaux de forage.

Le principe est assez simple : une fois la mise en place, par battage ou forçage, de la tige, un volume d'eau est injecté sous une charge constante dans la partie la plus proche du cône, par le biais d'une crépine. Cette eau est injectée jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint, puis, coupée pour suivre la redistribution. Son évolution sera suivie grâce à deux bagues tensiométriques situées sur la tige et séparées d'une dizaine de centimètres. On utilise le flux cumulé et la charge de pression pour obtenir une estimation des fonctions $\theta(h)$ et $K(h)$. On essaye de minimiser l'écart entre les données expérimentales et théoriques, sur les fonctions de rétention en eau de van Genuchten [1980] et de conductivité hydraulique de Mualem [1976]. Cette méthode et le formalisme associé sont illustrés au travers des études de Kodešová *et al.* [1998] et de Šimunek *et al.* [1999].

Nous n'avons pas utilisé les deux méthodes présentées ci-dessus durant nos travaux, mais avons cherché, au cours de ces trois années de thèse, à développer une méthode remontant aux mêmes fonctions, $\theta(h)$ et $K(\theta)$, incluant de plus l'imagerie du bulbe et/ou front d'infiltration. Les champs électromagnétiques en jeu dans notre méthode nous apportent bien plus d'informations sur les fonctions $\theta(h)$ et $K(\theta)$ que les tests classiques d'infiltrométrie. De plus, par le couplage de simulations hydrodynamique et électromagnétique, nous sommes à même de remonter au comportement réel des fluides au sein du milieu.

Après avoir vu les expressions des fonctions paramétriques nécessaires à la résolution de l'équation de Richards, présentons la méthodologie que nous avons suivie dans nos études pour résoudre celle-ci.

1.2.7 Comment résoudre les équations de Richards ?

À une dimension, pour un écoulement vertical, l'équation de Richards s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] . \quad (1.38)$$

Dans le cas d'une infiltration 1D dans un milieu d'une teneur en eau initiale homogène, θ_0 , les conditions aux limites suivantes complètent l'équation (2.1) :

$$\theta = \theta_s, \quad \text{à } z = 0 , \quad (1.39)$$

$$\theta = \theta_0 = \theta_r, \quad \text{à } z \gg 1 , \quad (1.40)$$

$$\theta = \theta_0 = \theta_r, \quad \text{à } t = 0 . \quad (1.41)$$

Ce cas précis (et une multitude d'autres cas) a été résolu par Philip [Philip, 1954, 1957a], ainsi que par Ross and Parlange [1994]. La postérité retient généralement la solution

de Philip [1969], qui obtint l'infiltration cumulée I comme une suite fonction du temps t :

$$I(t) = S\sqrt{t} + At + o(t^{3/2}) + \dots \quad (1.42)$$

avec, o , symbolisant des termes d'ordres supérieurs, S , la sorptivité définie par Philip [1957c], comme “une mesure de la capacité d'un milieu à absorber ou désorber un liquide par capillarité”. A est un coefficient dépendant de la conductivité hydraulique à saturation qui varie dans l'intervalle $[\frac{K_s}{3}; \frac{2K_s}{3}]$ d'après Boivin *et al.* [1987].

Cette équation, bien qu'uniquement valable dans le cas d'une infiltration mono-dimensionnelle, permet de quantifier les deux régimes d'infiltration, à savoir, pour les temps courts, la prépondérance des forces de capillarité, $S\sqrt{t} > At$, puis, pour les temps plus longs, les forces de gravité reprennent le dessus et régissent l'écoulement, $S\sqrt{t} < At$.

La résolution analytique de l'équation de Richards dans différentes géométries est l'objet des travaux de Philip, qui sont résumés pour leur plus grande partie dans Philip [1957a,b,c]. D'autres équipes de recherche se sont attachées à la résolution analytique dans le cas d'infiltration dans des conditions bien précises, notamment dans le cas d'infiltration en anneaux (Bouwer [1964], Wooding [1968], Smettem *et al.* [1994], Haverkamp *et al.* [1994], Smettem *et al.* [1995]), d'infiltrométrie à disque (Haverkamp *et al.* [1994], Smettem *et al.* [1994, 1995], Parlange [1971a,b]) et d'infiltrométrie en forage (Philip [1985], Reynolds *et al.* [1983]).

Analogiquement à la partie sur la résolution des équations de Maxwell, l'équation de Richards a profité des méthodes numériques pour sa résolution, notamment les méthodes des différences finies et des éléments finis (e.g. Neuman [1973], Narasimhan and Whitherspoon [1976], Haverkamp *et al.* [1977], Zhang [1997], Milly [1985] et Allen and Murphy [1985]). À travers ces études, de nombreuses approximations et méthodes ont été appliquées, dont des approximations newtoniennes ou quasi-newtoniennes [Allen and Murphy, 1985, Jones and Woodward, 2001], la méthode dite du schéma d'itération de Picard [Zarba, 1988, Celia *et al.*, 1987, Chounet *et al.*, 1999, Forsyth *et al.*, 1995], la méthode variationnelle ou de perturbations [Barari *et al.*, 2008, Witerliski, 1997] et enfin les méthodes de type Galerkin [Bunsri *et al.*, 2008]. C'est ce dernier type que nous avons utilisé dans nos travaux avec l'utilisation des deux codes, Hydrus1D [Šimunek and van Genuchten, 1996, Šimunek *et al.*, 2008] et SWMS-2D [Šimunek *et al.*, 1994]. L'avantage majeur de ces derniers est leur caractère “Open Source”, qui nous a permis quelques modifications des codes sources afin d'accélérer les algorithmes et surtout effectuer la liaison avec la résolution des équations de Maxwell.

1.2.8 Inversion - Deuxième partie

Grâce aux paragraphes ci-dessus, nous pouvons compléter le schéma d'inversion commencé sur la Figure (1.3). Les teneurs en eau de chaque maille durant le processus sont désormais liées à un modèle hydrodynamique au travers du couple de fonctions paramétriques $\{\theta(h), K(\theta)\}$ et de conditions aux limites bien définies. À un ensemble de paramètres hydrodynamiques correspondra une dynamique hydrique, qui, suivie temporellement par un GPR, donnera des données spécifiques.

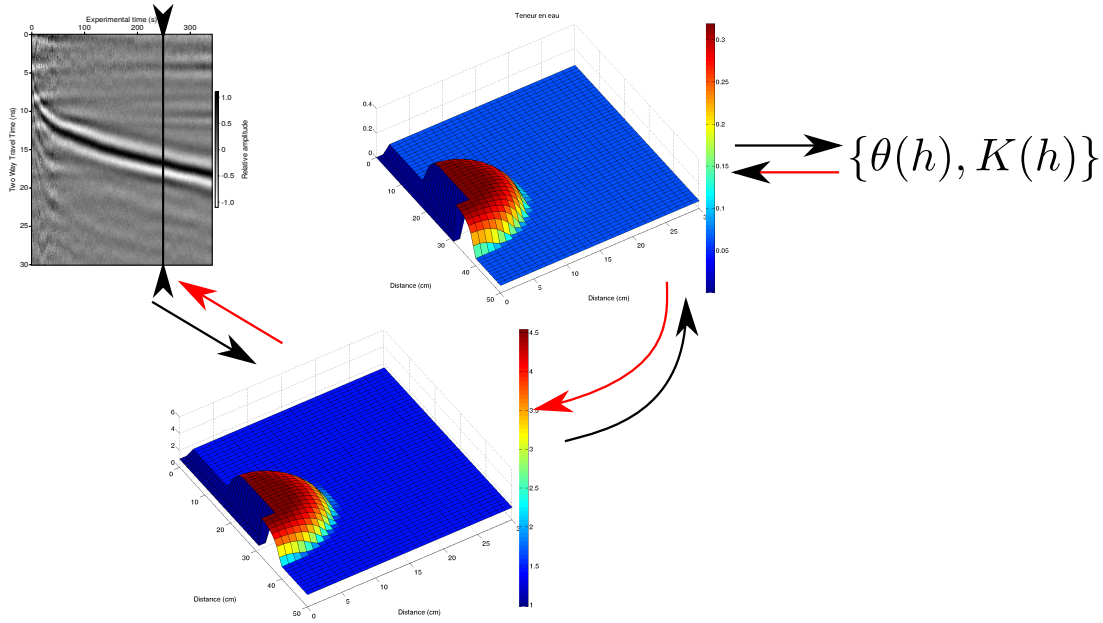


FIGURE 1.8 – En complément de la Figure 1.3 : les profils de teneurs en eau à chaque pas de temps expérimentaux correspondront à la résolution des équation de Richards en utilisant les fonctions paramétriques $(\theta(h), K(h))$.

Nos inversions de données GPR seront donc basées sur le schéma suivant. À un instant “ t_i ” du suivi d’un processus hydrodynamique correspond une trace GPR avec une réflexion associée au : front d’infiltration pour le chapitre 2, bulbe d’infiltration pour le chapitre 3, fond du réservoir pour le chapitre 4. Les TWTs de ces réflexions sont extrêmement dépendants des processus hydrodynamiques qui sont eux-même régis par les propriétés hydrodynamiques du milieu. L’ajustement des données passera par l’optimisation du jeu de paramètres hydrodynamiques permettant d’avoir le comportement électromagnétique observé sur le radargramme pour chaque t_i , lors du suivi temporel (Figure 1.8). Pour ce faire, nous avons utilisé un algorithme d’optimisation globale décrit dans la partie qui suit.

1.3 Optimisation globale

L’objet principal de cette thèse réside dans l’inversion de données GPR afin d’obtenir les paramètres hydrodynamiques du sol étudié. Ces paramètres sont ceux présentés dans la partie introductive sur la physique des sols, intervenant dans les fonctions de conductivité hydraulique, $K(\theta)$, et de rétention en eau, $\theta(h)$. Selon les cas d’études présentés par la suite, le jeu de paramètres à inverser comporte entre 6 et 7 éléments. Même avec une information *a priori*, l’espace des modèles est grand⁶ et nécessite un modèle direct très rapide pour ne pas tendre vers des temps trop longs pour le parcourir suffisamment afin

6. Pour avoir un ordre d’idée, si l’on suppose que chaque paramètre peut varier dans un intervalle de 1000 valeurs, on obtient 1000^6 modèles différents.

d'en tirer une densité de probabilité *a posteriori* caractéristique du problème. Ce problème de rapidité du modèle direct a été un frein dans toutes les études présentées par la suite. Pour y remédier nous nous sommes tournés vers des méthodes d'optimisation efficaces pour trouver le minimum global des fonctions objectives. Le revers de la médaille de cette rapidité à converger vers le minimum global est l'impossibilité d'en déduire une densité de probabilité *a posteriori* et donc des incertitudes sur les paramètres inversés. Nous proposons néanmoins en complément de la première étude (chapitre 2), une analyse d'incertitude dans le cas d'une inversion unique de la conductivité à saturation. Cette partie prenait part à la première version du papier soumis au journal Water Resources Research et n'avait malheureusement rencontré que peu de succès auprès des relecteurs, du fait de l'inversion d'un seul paramètre. Cependant elle permet de donner un aperçu de la démarche que nous avons suivie et que nous souhaitons suivre afin de déterminer les incertitudes.

La présente partie se focalisera sur l'algorithme d'inversion Shuffled Complex Evolution (SCE-UA), les lettres UA étant là pour rappeler la paternité de l'Université d'Arizona. Il a été développé par Duan *et al.* [1993] et a fait montre de son efficacité dans de nombreuses applications hydrogéologiques, notamment avec les études de Busch *et al.* [2013], Duan *et al.* [1992] et Vrugt *et al.* [2006]. Cet algorithme couple un algorithme génétique à une évolution en simplex de type Nelder-Mead [Nelder and Mead, 1965]. Les différentes étapes de l'algorithme sont données en Annexe C. L'idée principale derrière le SCE est de traiter le problème de la recherche du minimum global comme un processus d'évolution naturelle. La population est constituée de s individus (représentant les différents jeux de paramètres), qui sont séparés en p communautés forcées d'évoluer indépendamment les unes des autres dans différentes régions de l'espace. Chaque communauté est composée d'individus pouvant potentiellement être des "parents" permettant l'évolution du "pire" membre de la communauté (en termes de fonction objective). Les parents sont sélectionnés comme étant les meilleurs (selon une densité de probabilité triangulaire). Après chaque phase d'évolution intra-communautaire (algorithme de simplex type Nelder-Mead), les communautés sont forcées au mélange et sont recoupées en de nouvelles communautés. Cet échange (Shuffling) permet de survivre par partage d'informations sur l'espace des solutions acquises indépendamment par chaque communauté. Voilà pourquoi on parle d'algorithme génétique. La différence majeure entre l'algorithme du simplex (Nelder-Mead) et celui utilisé dans le SCE, réside dans la génération aléatoire de points, sous certaines conditions, contenus dans l'espace des solutions. Ceci permet d'éviter aux simplexes de rester coincés dans des régions de minima locaux, ou des régions où l'évolution n'est pas prometteuse. De part son implémentation (évolutions indépendantes de chaque partie de la population), ce type d'algorithme est en plus parallélisable, même si nous ne l'avons pas encore utilisé de cette façon jusqu'à maintenant.

1.3.1 Performances de l'algorithme d'optimisation SCE-UA

Afin de voir le comportement de cet algorithme, nous proposons de regarder sa convergence sur deux fonctions utilisées classiquement pour juger de la performance d'un algorithme de recherche du minimum global, représentable en 2D. Commençons avec la fonction de

Rastigrin,

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \cos(18 x_1) - \cos(18 x_2), \quad (1.43)$$

avec $x_1 = [-1; 1]$ et $x_2 = [-1; 1]$. Le graphique de la fonction est présenté sur la Figure 1.9-a), où l'on voit que cette fonction contient de nombreux minima locaux. La Figure 1.9-b), montre quant à elle, les modèles générés par le SCE qui a convergé, en 4000 itérations, vers le minimum global en $(0, 0)$, même s'il a passé un peu de temps à échantillonner les minima locaux.

Les histogrammes des modèles présentés Figure 1.9-c) montrent aussi ce “blocage” pendant quelques itérations dans les minima locaux, mais très vite l'algorithme converge. Les histogrammes de la Figure 1.9-c), ainsi que la Figure 1.9-b) dépeignent bien le problème du SCE, à savoir un très mauvais échantillonnage de l'espace des paramètres. À titre de comparaison, les Figures 1.10-a) et b) sont les équivalentes des Figures 1.9-b) et c), pour la méthode classique de Monte Carlo avec chaîne de Markov (MCMC). Même si on dirait que le MCMC échantillonne moins bien l'espace, les histogrammes nous le démentent. Clairement, l'échantillonnage est de bien meilleure qualité en MCMC, mais l'algorithme n'a pas convergé vers le minimum global après 500000 itérations⁷, et il aura fallu 10 fois plus de temps pour atteindre ce résultat que pour le SCE⁸.

La fonction suivante que nous avons soumise à l'efficacité du SCE, est la fonction de Rosenbrock,

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2) + (1 - x_1^2)^2, \quad (1.44)$$

qui, même si elle ne possède qu'un seul minimum en $(1, 1)$, ce dernier reste très dur à retrouver du fait du peu de variations à son voisinage. Ceci est illustré par la forme de “banane” de la Figure 1.11-a). Sur les Figures 1.11-b) et 1.11-c), il apparaît que le minimum est trouvé très rapidement et que, une fois encore, l'échantillonnage reste insuffisant pour en tirer une quelconque distribution. Les Figures 1.12-a) et b) sont les équivalentes des Figures 1.11-b) et c), pour la méthode MCMC. Encore une fois, même s'il apparaît que le MCMC couvre une plus petite surface associée à la fonction objective, les histogrammes permettent de tirer bien plus d'informations que dans le cas du SCE. Malgré le fait que le SCE converge 10 fois plus vite que le MCMC, il reste qu'il n'a aucune justification mathématique, et que, dès lors, il est impossible d'en déduire une distribution *a posteriori*. De plus, l'utilisation d'un dérivé du simplex pour l'évolution de chaque complexe tend à les faire évoluer sur un même plan, ce qui n'est pas le cas du MCMC. Nous avons utilisé la méthode SCE pour ses qualités de rapidité de convergence vers le minimum global et pour son indépendance vis à vis du modèle initial, contrairement au MCMC.

Présentons maintenant une des alternatives possibles qui serait de coupler la rapidité du SCE avec un MCMC.

7. Le MCMC étant très dépendant du modèle initial.

8. Tests effectués sur un intel i5 à 2.96 GHz.

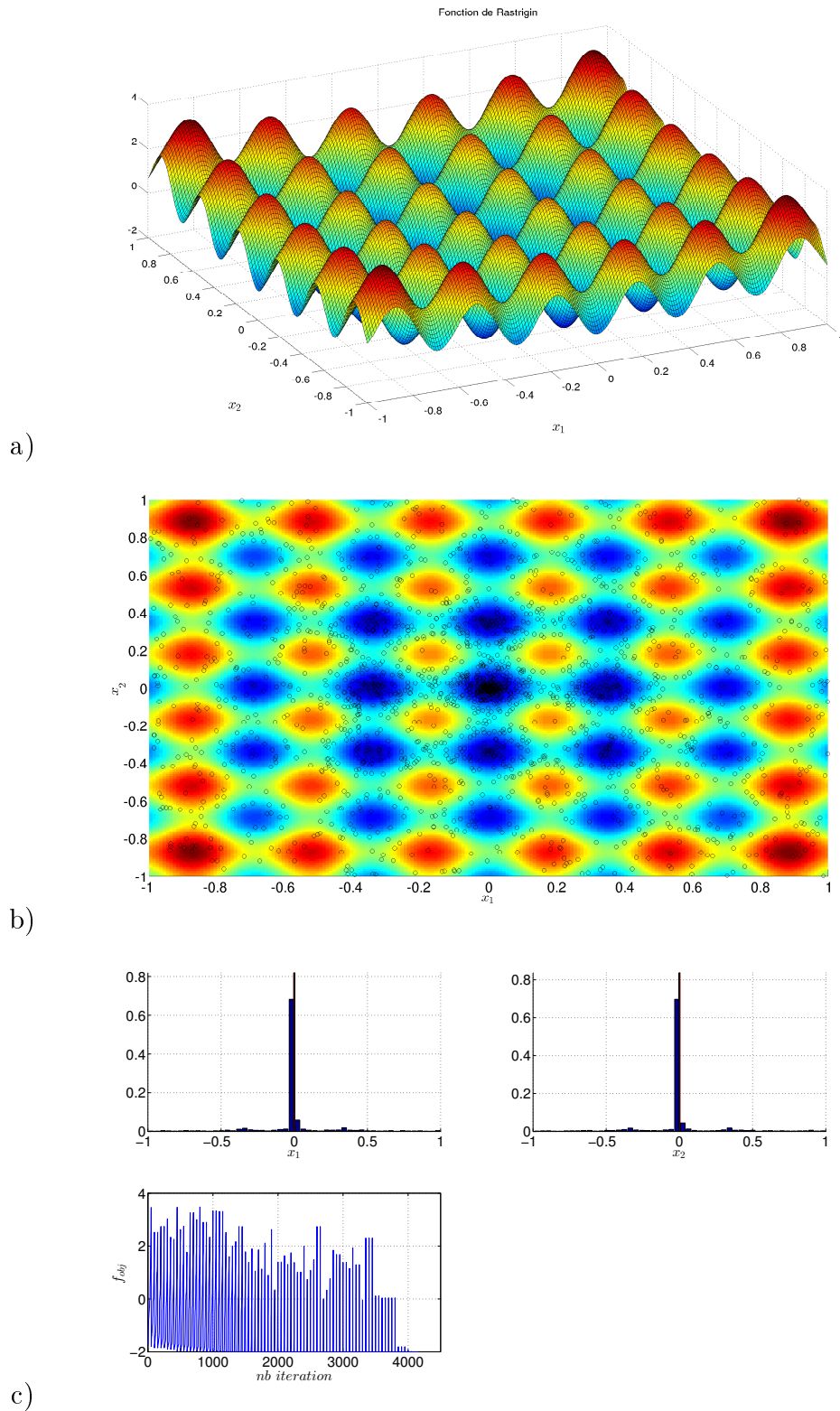


FIGURE 1.9 – a) Fonction de Rastrigin. b) Vue en plan de la fonction de Rastrigin avec les modèles générés par le SCE, représentés par des cercles noirs. c) Histogramme des modèles pour les variables x_1 et x_2 et évolution la fonction objective en fonction des itérations.

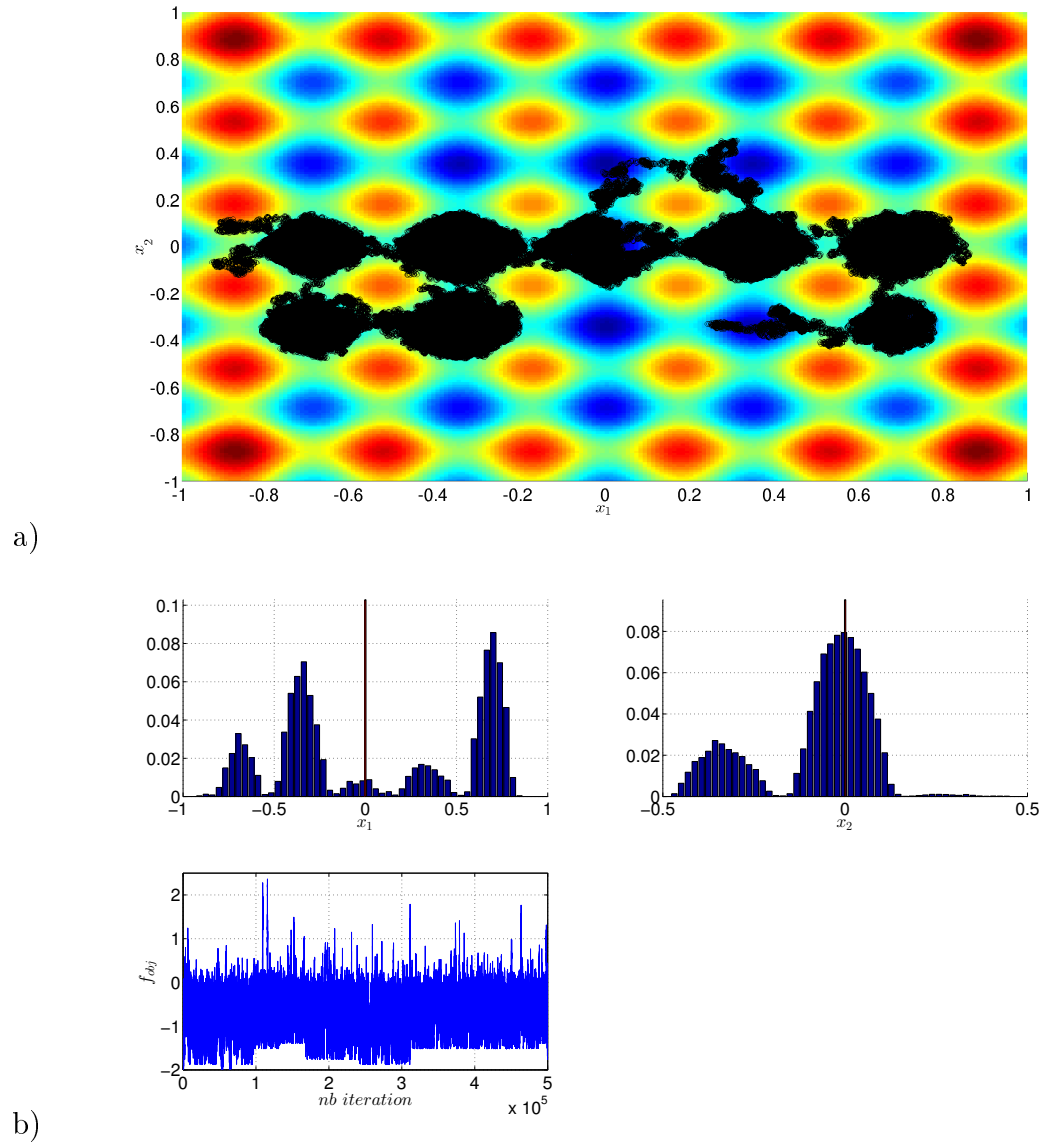


FIGURE 1.10 – a) Vue en plan de la fonction de Rastigrin avec les modèles générés par un MCMC. b) Histogramme des modèles pour les variables x_1 et x_2 et évolution de la fonction objective en fonctions des itérations.

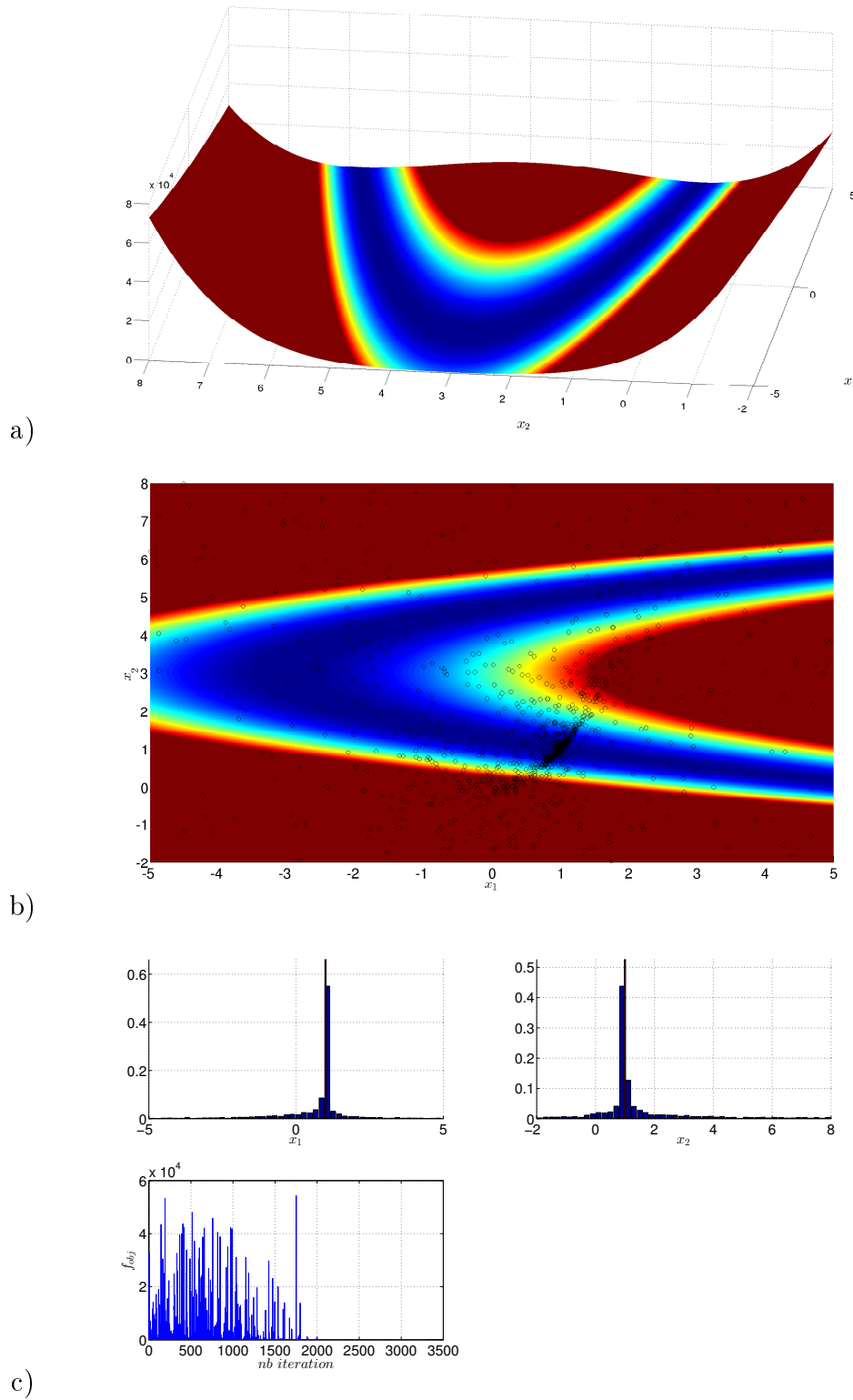


FIGURE 1.11 – a) Fonction de Rosenbrock (Eq. 1.44). b) Vue en plan de la fonction de Rosenbrock avec les modèles générés par le SCE, représentés par des cercles noirs. c) Histogramme des modèles pour les variables x_1 et x_2 et évolution la fonction objective en fonction des itérations.

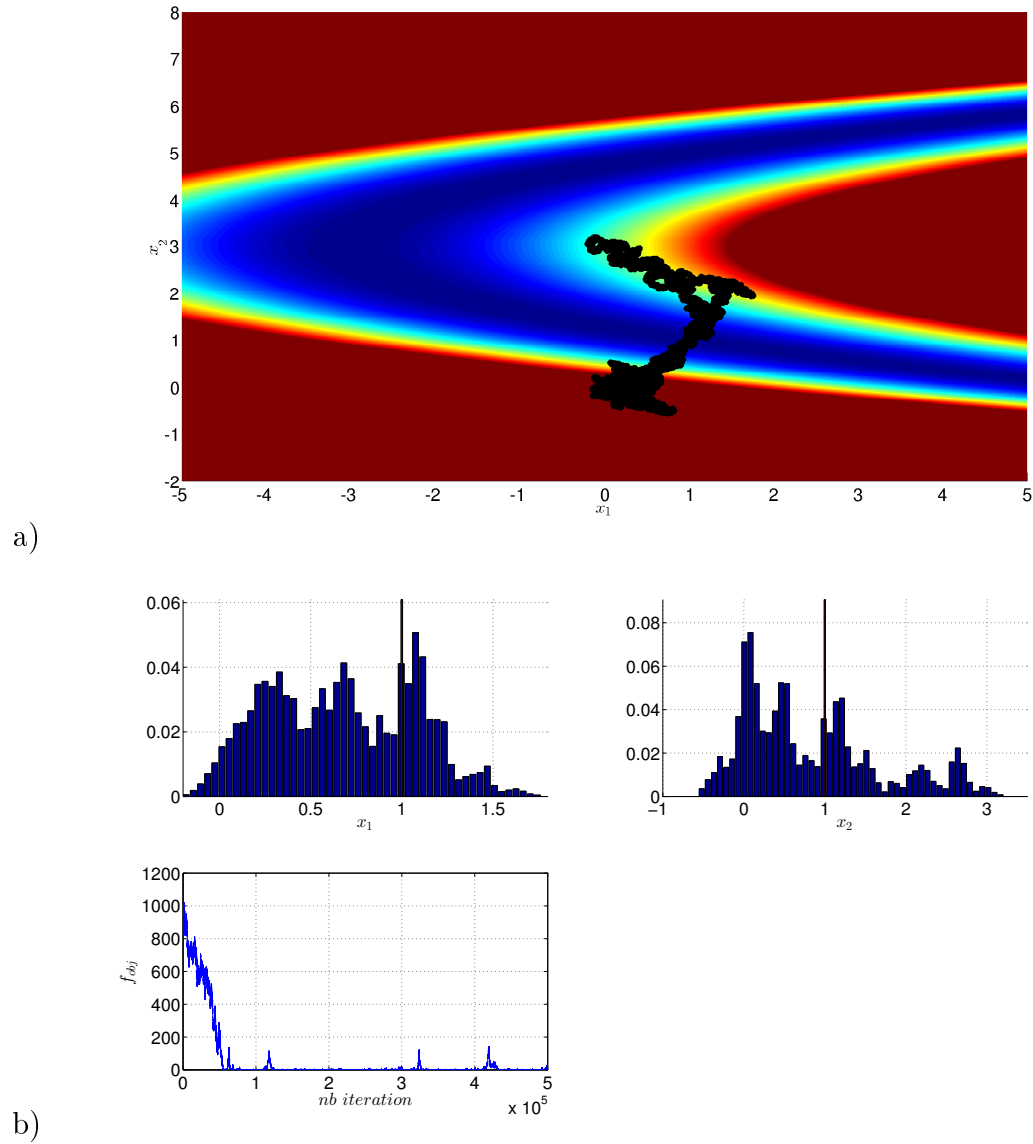


FIGURE 1.12 – a) Vue en plan de la fonction de Rosenbrock avec les modèles générés par un MCMC. b) Histogramme des modèles pour les variables x_1 et x_2 et évolution de la fonction objective en fonction des itérations.

1.3.2 Couplage SCE-MCMC

Nous présentons les travaux de Jasper Vrugt, qui a beaucoup travaillé sur l'optimisation pour des problèmes hydrologiques très fortement non linéaires. L'une des idées de Vrugt *et al.* [2003] est de coupler un algorithme de Metropolis Hasting [Metropolis and Ulam, 1949, Metropolis *et al.*, 1953] au SCE. En clair, il remplace l'algorithme de type Nelder-Mead par un algorithme classique qui va échantillonner de façon plus large l'espace des solutions Ω . Le résultat est un MCMC en parallèle légèrement modifié. Cet algorithme permet de retrouver des densités de probabilité *a posteriori* et permet d'en déduire des incertitudes sur les paramètres inversés. Cette méthode est appelée Shuffle Complex Evolution Métropolis (SCEM).

La différence majeure du SCEM avec un MCMC classique réside dans le fait que la matrice de covariance, présente dans la densité de probabilité pour le calcul de l'échantillonnage, est adaptée à chaque itération au sein du SCEM. Ainsi, l'historique des modèles obtenus influence la probabilité de sélection du modèle suivant. *A contrario*, il n'y a rien dans cet algorithme qui permette de confirmer le respect du principe d'ergodicité⁹, seule une expérience empirique est proposée pour montrer cette possible ergodicité de l'algorithme (voir le papier de Vrugt *et al.* [2003] pour plus de détails). Nous restons profondément convaincu qu'une bonne analyse de sensibilité et une bonne quantification de la distribution *a posteriori* ne peut se faire qu'en utilisant le formalisme développé en détail par Tarantola [2005], c'est à dire en utilisant les notions de densités de probabilité *a priori* et *a posteriori*.

1.4 Conclusion du chapitre et introduction aux études suivantes

Le chapitre, que nous venons de terminer, a donné quelques éléments théoriques permettant de situer un peu mieux la problématique traitée durant cette thèse. Du point de vue de la physique des ondes électromagnétiques, nous avons vu que travailler à des fréquences utilisées par la méthode GPR permet d'obtenir des expressions simples pour la vitesse. D'un point de vue hydrodynamique, l'utilisation de modèles paramétriques permet de réduire les caractéristiques d'un sol à un jeu de paramètres suivant un modèle, comme par exemple celui de Mualem-van Genuchten. Le coeur de nos travaux, présentés dans les trois chapitres qui viennent, réside dans le couplage hydrodynamique-électromagnétique, *i.e.*, la meilleure représentation possible de phénomènes hydrodynamiques par leurs influences sur les signaux EMG. Ceci passe bien entendu par l'utilisation de relations pétrophysiques $\theta(\vec{r}, t) = f(\varepsilon(\vec{r}, t))$, mais aussi et surtout, par la relation établie entre les modélisations hydrodynamique et électromagnétique.

La première étude présentée ci-après concerne le suivi d'une infiltration au sein d'un simple anneau par GPR. Cette étude permet une approximation 1D, et l'inversion des données

9. L'évolution d'un signal aléatoire au cours du temps apporte la même information qu'un ensemble de réalisations.

radar en régimes permanent et transitoire. Les hypothèses 1D sont testées et vérifiées, ainsi qu'*a posteriori* dans le Chapitre 5.

La seconde étude, Chapitre 3, porte cette fois sur un suivi par GPR d'infiltration au sein de forages peu profonds. Cette fois, la modélisation hydrodynamique est 2.5D (2D avec une hypothèse axi-symétrique) alors que la simulation électromagnétique est 2D. Ce chapitre met en exergue un phénomène de guide d'ondes par le bulbe d'infiltration.

La troisième et dernière étude, Chapitre 4, porte sur la quantification du phénomène d'hystérèse sur la fonction de rétention en eau. Cette étude en laboratoire couple une simulation hydrodynamique 1D avec une simulation électromagnétique 1D en utilisant un algorithme de chemins optiques.

Tous les chapitres sont écrits en anglais, étant tous tirés de publications parues, sous presse ou soumises.

Chapitre 2

Hydrodynamic parameters of a sandy soil determined by Ground-Penetrating Radar inside a single ring infiltrometer¹

2.1 Abstract

This chapter shows how Mualem-van Genuchten (M-vG) parameters can be obtained from GPR data acquired during water infiltration from a single ring infiltrometer in the case of a sandy soil. Water content profiles were generated at various time steps using HYDRUS-1D, based on particular values of the M-vG parameters and were converted to dielectric permittivity profiles using the Complex Refractive Index Method. The GprMax suite of programs was then used to generate radargrams and to follow the wetting front progression in depth using the arrival time of the electromagnetic waves recorded by a Ground-Penetrating Radar (GPR). Theoretically, the 1D time convolution between reflectivity and GPR signal at any infiltration time step is related to the peak of the reflected signal recorded in the corresponding trace in the radargram. We used this relationship to invert the M-vG parameters for constant and falling head infiltrations using the Shuffled Complex Evolution (SCE-UA) algorithm. The method is presented on synthetic examples and on experiments carried out for a sandy soil. The parameters inverted are compared with values obtained in the laboratory on soil samples and with disk infiltrometer measurements.

2.2 Introduction

Soil hydraulic properties, represented by the soil water retention $\theta(h)$ and hydraulic conductivity $K(h)$ functions, dictate water flow in the vadose zone, as well as partitioning

1. This chapter is adapted from Léger, E., Saintenoy, A., and Coquet, Y., Hydrodynamic parameters of a sandy soil determined by Ground Penetrating Radar inside a single ring infiltrometer, *Water Resour. Res.*, 50(7), 5459–5474, 2014

between infiltration and runoff. Their evaluation has important implications for modeling available water resources and for flood forecasting, and is also crucial in evaluating the dynamics of chemical pollutants in soil and in assessing the risks of groundwater pollution.

Soil hydraulic functions can be described by several mathematical expressions [Kosugi *et al.*, 2002], among them the Mualem-van Genuchten (M-vG) function [Mualem, 1976, van Genuchten, 1980]. The determination of the parameters defining the van Genuchten soil water retention function is usually done using laboratory experiments, such as the hanging water column [Dane and Hopmans, 2002]. The hydraulic conductivity function can be estimated either in the laboratory, or *in situ* using infiltration tests. Among the large number of existing infiltration tests [Angulo-Jaramillo *et al.*, 2000], the single [Muntz *et al.*, 1905] or double ring infiltrometers [Boivin *et al.*, 1987] provide the field saturated hydraulic conductivity by applying a positive water tension to the soil surface, while the disk infiltrometer [Perroux and White, 1988, Clothier and White, 1981] allows reconstruction of the hydraulic conductivity curve $K(h)$ close to saturation, by applying different matric heads smaller than or equal to zero. For infiltration tests, the volume of infiltrated water versus time is fitted to infer the soil hydraulic conductivity. These tests are time-consuming and their analysis involve various simplifying assumptions, partly due to the ignorance of the shape of the infiltration front. This lack of knowledge on the form of the infiltration bulb has to be fixed to get accurate information on the soil water retention $\theta(h)$ function and consequently on the hydraulic conductivity $K(h)$ function. This can be done by water content sensing. Vereecken *et al.* [2008] and Evett and Parkin [2005] presented a state-of-the-art review on the different techniques available for soil moisture measurements. Among the large panel presented, geophysical methods take an important part, mainly because many of them are non invasive and/or easy to use. Commonly used hydro-geophysical methods are electrical resistivity measurements [Zhou *et al.*, 2001, Goyal *et al.*, 2006] and electromagnetic methods [Sheets and Hendrickx, 1995, Akbar *et al.*, 2005]. This paper focuses on the use of Ground-Penetrating Radar (GPR) as a tool for monitoring water infiltration in soil.

For a few decades GPR has been known as an accurate method to measure water content variations in soils [Huisman *et al.*, 2003, Annan, 2005, Doolittle *et al.*, 2006]. Different techniques are available in the literature for monitoring water content in soils using GPR. Tomography imaging between boreholes during an infiltration has been used by Binley *et al.* [2001] and Kowalsky *et al.* [2005], among others [Chen *et al.*, 2001, Endres *et al.*, 2007]. Many advances were made in recent years with off-ground and crosshole GPR using full-waveform inversion, for instance to invert soil hydraulic properties [Lambot *et al.*, 2006, 2009, Jadoon *et al.*, 2012] and to identify high-porosity layers that act as zones of preferential flow [Klötzsche *et al.*, 2013]. Grote *et al.* [2002] and Lunt *et al.* [2005] used two-way travel time variations from a reflector at a known depth to monitor water content variation with time. Finally, multi-offset GPR survey techniques, i.e. CMP (Common Mid Points) or WARR (Wide-Angle Reflection-Refraction), were carried out during infiltration by Mangel *et al.* [2012] and were used for water content estimation by Greaves *et al.* [1996] and Bradford [2006, 2008].

The work presented here is based on mono-offset monitoring of infiltration with on-ground surface GPR as discussed by Haarder *et al.* [2011], Moysey [2010], Lai *et al.* [2006, 2012], Dagenbach *et al.* [2013] and Saintenoy *et al.* [2008]. Haarder *et al.* [2011] used a constant

offset on-ground GPR coupled with dye tracing to exhibit preferential flows. They found that GPR was able to map deep infiltration when compared to using dye tracer, but were unable to resolve the infiltration patterns (by-pass flow, fingering). Moysey [2010] studied the infiltration inside a sand box from the surface with on-ground GPR. He used the reflection from the wetting front as well as from the ground wave and the bottom of the box, to monitor change in water content. He also modeled his experiment and estimated the van Genuchten parameters using semblance analysis. He found that the most poorly constrained parameter was n , this parameter being linked to the curvature of the water retention curve [Saintenoy and Hopmans, 2011]. Lai *et al.* [2012] used a joint time frequency analysis coupled with gray-scale imaging to measure infiltration and drainage under controlled laboratory conditions. They were able to follow the peak frequency of the GPR wavelet associated with the wetting front using time frequency analysis, from which the rate of water infiltration was determined. Saintenoy *et al.* [2008] monitored the wetting bulb during infiltration down an 81-cm-long tube placed in the soil, and were able to identify the dimension of the bulb with time using GPR and good agreement was found between modeled and experimental radargrams.

Hydrological models contain many parameters that need to be fitted to fully describe hydrodynamic processes in porous media. This large multi-dimensionality of the parameter space complicates the process of finding the global minimum. This difficulty is mainly due to the existence of multiple local optima, to the discontinuity of the objective function and its first derivative, and to the non linear response of the models. These issues inspired many studies since the beginning of computing science, and browsing the literature about global optimization genesis is very instructive, particularly in hydrological science [Vrugt *et al.*, 2003, 2008]. Among the large panel of studies using direct search algorithms, many of them used the Nelder-Mead (Simplex) method [Nelder and Mead, 1965], proposed in the early 1960's and explained in detail by Lagarias *et al.* [1995]. As an illustrative instance, Barati [2011] used the Nelder-Mead algorithm to obtain the nonlinear Muskingum's model parameters to simulate river flooding. However, the Nelder Mead method is described as '*not very efficient in terms of the number of function evaluations that it requires*' [Press *et al.*, 1988], and many studies on numerical analysis discredit the efficiency of this method [Torczon, 1989, Wright, 1996]. Many methods have been proposed to ameliorate this algorithm since its original version. For instance, one can denote the work of Lambot *et al.* [2002], who coupled the Nelder Mead Simplex algorithm with the global multilevel coordinate search algorithm [Huyer and Neumaier, 1999] to invert soil hydraulic parameters.

One of the other ways to improve the Nelder-Mead algorithm consists in increasing the number of simplexes and make them evolve in parallel [Torczon, 1989], which is called multidimensional search method. These considerations inspired Duan *et al.* [1992] to develop a global optimization procedure, entitled the Shuffled Complex Evolution (SCE-UA) algorithm. Numerous studies have demonstrated that the SCE-UA algorithm is consistent, effective and efficient in locating the optimal model parameters of a hydrological model. In particular, the recent studies of Mboh *et al.* [2011] and Busch *et al.* [2013] prove the efficiency of this algorithm to infer soil hydraulic parameters.

In the continuity of these studies, we present a method for monitoring the wetting front during infiltration using on-ground GPR with fixed offset inside a ring infiltrometer. The

objectives of this paper are i) to check if the proposed method is accurate enough to monitor the wetting front during infiltration in a sand soil with different boundary conditions, ii) to invert the M-vG parameters and the initial water content using the SCE-UA algorithm. We present synthetic examples and experimental field data sets.

2.3 Background

2.3.1 Unsaturated flow equation

In this study we considered one-dimensional vertical soil water flow, described by the one-dimensional Richards' equation [Richards, 1931]. Its expression in terms of water content is

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right], \quad (2.1)$$

where $K(\theta)$ is the hydraulic conductivity as a function of water content, and $D(\theta)$ is water diffusivity [Childs and Collis-George, 1950], expressed as $D(\theta) = K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta}$, where h is pressure head.

2.3.2 Hydraulic properties functions

Several mathematical functions exist to model the hydraulic properties of porous media [Kosugi *et al.*, 2002]. We chose the van Genuchten [1980] model with the relation of Mualem [1976], with the following expression for the water retention curve :

$$\theta(h) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)(1 + (\alpha h)^n)^{\frac{1}{n}-1}, \quad (2.2)$$

where θ_s is the saturated water content, θ_r , the residual water content, and α and n define two fitting parameters which are respectively linked to the soil water matric potential and the slope of the water retention curve at the inflection point. The hydraulic conductivity function is described by

$$K(\theta) = K_s \Theta^\lambda \left[1 - \left[1 - \Theta^{\frac{n}{n-1}} \right]^{\frac{n-1}{n}} \right]^2, \quad (2.3)$$

with K_s the saturated hydraulic conductivity, $\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$ the effective saturation and λ accounts for pore tortuosity.

2.3.3 Petrophysical relationships

Several empirical and conceptual relationships exist to convert volumetric water content to soil dielectric permittivity. Using the fact that the experiments presented here have

been made in a quarry of Fontainebleau silica sand, we used the CRIM relation [Birchak *et al.*, 1974, Roth *et al.*, 1990], which relates the relative dielectric permittivity of bulk media, ε_b , to the volumetric summation of each component of it. Thus for a tri-phasic medium comprised of water, air and silica, we obtain

$$\sqrt{\varepsilon_b} = \theta\sqrt{\varepsilon_w} + (1 - \phi)\sqrt{\varepsilon_s} + (\phi - \theta) , \quad (2.4)$$

where $\varepsilon_w = 80.1$, $\varepsilon_s = 2.5$ are respectively the relative dielectric permittivity of water and silica compared to air, ϕ the porosity and θ the volumetric water content.

2.3.4 Dielectric permittivity versus electromagnetic wave velocity

Surface GPR consists of a transmitting antenna, being a dipole, positioned on the soil surface, that emits short pulses of spherical electromagnetic (EMG) waves in response to an excitation current source, and a receiving antenna, also located at the soil surface, which converts the incoming EM fields to an electrical signal source. Following the works of Annan [1999], the velocity of electromagnetic waves is

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon' \mu_r \frac{1 + \sqrt{1 + \tan^2 \delta}}{2}}} , \quad (2.5)$$

where δ is the loss factor as a function of the dielectric permittivity, frequency and electrical conductivity, ε' denotes the real part of the relative dielectric permittivity, μ_r the relative magnetic permeability and c denotes the velocity of EMG waves in air (0.3 m/ns). Considering the case of non-magnetic soil with low electrical conductivity, in the range of 10 MHz to 1 GHz, the real part dominates the imaginary part of the dielectric permittivity, and neglecting Debye effect [Debye, 1929], Eq. (2.5) reduces to :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon'}} . \quad (2.6)$$

We used this equation to compute the travel-time of an EMG wave through a layer of soil of known thickness with a known dielectric permittivity.

2.3.5 Electromagnetic modeling

Numerous techniques are available for simulating GPR data, such as ray-based methods (e.g. Cai and McMechan [1995] or Sethian and Popovici [1999]), time-domain finite-difference full-waveform methods (e.g. Kunz and Luebbers [1993] or Kowalsky *et al.* [2001]), or Finite Differences Time Domain (FDTD) (e.g. Irving and Knight [2006]). We used the GprMax2D codes [Giannopoulos, 2005], which uses FDTD modeling to solve the Maxwell's equations in 2 dimensions.

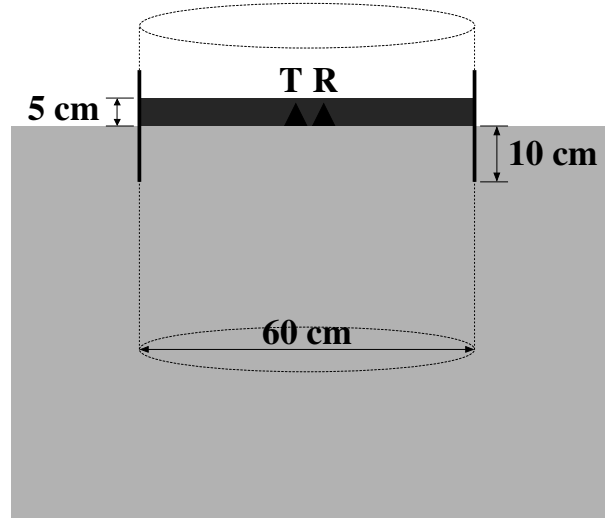


FIGURE 2.1 – Experimental set up at its initial state. T is the transmitter, R is the receiver. A 5 cm layer of water is set. The cylinder is buried in the soil 10 cm deep.

2.4 Materials and methods

2.4.1 Experimental set-up

We studied the infiltration of a 5-cm thick water layer inside a single ring infiltrometer in a sandy soil. The scheme of the apparatus is presented in Figure 2.1. The single ring infiltrometer was a 1-mm thick aluminum cylinder with 60-cm diameter, approximately 20-cm high, buried in the soil to a depth of 10 cm. GPR antennae (namely the transmitter T and the receiver R) were set up in the middle of the ring. In all our field experiments, we used a Malå RAMAC system with shielded top antennae centered at 1600 MHz. The inner part of the cylinder was covered with a plastic waterproof sheet. This allowed us to fill the cylinder with water and create an initial 5-cm thick water layer, while preventing infiltration into the sand before starting data acquisition. The beginning of the GPR acquisition was launched when pulling away the plastic sheet to trigger water infiltration. A picture of the experiment is presented in Figure 2.2, where we see the cylinder filled with water, the 1.6 GHz antennae in the middle, a tank with a water level controller to maintain a constant water depth. The GPR system was set to acquire a trace every 10 s. With this apparatus, we conducted two types of infiltration : i) a falling head infiltration, consisting of pulling away the plastic sheet and allowing water to infiltrate into the sand freely without adding water, and ii) a constant head infiltration, when water was continuously added to the ring to maintain a 5-cm depth of water layer during the infiltration experiment. In all GPR field data presented below, we subtracted the average trace and applied an Automatic Gain Control (AGC) to better resolve the reflection from the wetting front. Using only the arrival time of the reflections, there is no need to gain the data with relative amplitude conservation.

Field experiments took place in a quarry of sand in Cernay-La-Ville (Yvelines, France). The soil was a Fontainebleau sand composed of 99% quartz. Nine soil samples of known



FIGURE 2.2 – Picture of the experiment. Ring infiltrometer filled with 5 cm of water. The 1.6 GHz antennae are in the middle protected from water by a plastic cover. We used a water level controller coupled with a tap-tank to maintain the 5 cm of water.

volume were extracted using a manual auger every 10 cm down to 80 cm. The laboratory analysis of these samples indicated that their average porosity was 0.43. Their average particle density was $2.48 \pm 0.03 \text{ g.cm}^{-3}$. Granulometric analysis showed that 10% of the grains had a diameter less than 0.125 mm and 86% less than 0.16 mm. These values are typical for Fontainebleau sand. The M-vG parameters, α , n , θ_s , θ_r , of the sand were determined in parallel in the laboratory by several classical hanging water column experiments [Dane and Hopmans, 2002]. However the λ parameter was not measured and set to its typical value of 0.5, according to Mualem [1976]. The soil was considered homogeneous. Its initial water content, θ_i , and porosity, ϕ , were determined using gravimetric measurements of field samples.

We also carried out disk infiltrometer experiments, using the multi-potential method [Ankeny *et al.*, 1991, Reynolds and Elrick, 1991]. We obtained a value of the saturated hydraulic conductivity of $K_s = 0.108 \pm 0.01 \text{ cm/min}$.

2.4.2 Modeling

Infiltration experiments were simulated by solving Richards' equation (Eq. (2.1)) using HYDRUS-1D [Šimunek and van Genuchten, 1996, Šimunek *et al.*, 2008]. The soil profile was 50 cm deep, assumed to be homogeneous, and divided into 1001 layers. We used either an atmospheric Boundary Condition (BC) with no rain and evaporation at the soil surface, for the falling head infiltration, or a constant pressure head of 5 cm at the top node, for the constant head infiltration. For both cases, a free drainage BC at the bottom of the soil profile was used. To simulate the 5-cm layer of water, the initial condition was set to 5-cm

pressure head at the top node. We simulated the first 10 minutes of the experiment with a time step of 10 s, i.e., with 60 water content snapshots. Using the CRIM relation (Eq. 2.4), each water content snapshot was converted to permittivity profiles (made of 1001 points), considering a three-phase media of sand, water, and air. These permittivity profiles were the input for the GprMax2D program simulating radargrams of the infiltration process. We then picked the maximum amplitude of the signal from the radargrams to obtain the Two Way Travel-time (TWT) of the wetting front reflection.

2.4.3 Inversion algorithm

Convolution algorithm

Our inversion algorithm was based on the comparison between TWT of the wetting front reflection observed from the radargrams acquired during the water infiltration experiment and the arrival times of these reflections computed from the water content profiles modeled by HYDRUS-1D. If a suitable relationship between water content and dielectric permittivity is known, water content profiles obtained by the resolution of the Richards' equation (done by HYDRUS-1D in our case) can be transformed to a 1D series of reflection coefficients :

$$R_{i,t} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{i+1,t}} - \sqrt{\varepsilon_{i,t}}}{\sqrt{\varepsilon_{i+1,t}} + \sqrt{\varepsilon_{i,t}}}, \quad (2.7)$$

where $\varepsilon_{i,t}$ and $\varepsilon_{i+1,t}$ are the relative dielectric permittivities at the infiltration time t for two successive model cells centered at depth z_i and z_{i+1} . This reflection coefficient is only valid in the case of zero-offset source-receiver setup. The effective depth where the reflection coefficient is calculated is $z_R = \frac{z_i + z_{i+1}}{2}$. Knowing the dielectric permittivity of each layer of the profile, the electromagnetic wave velocity (Eq. 2.6) and travel time can be computed. The travel time is used to interpolate reflection coefficients to a constant sampling rate. We compute a Ricker wavelet signal with the same time sampling. The central frequency of the Ricker wavelet was set to 1000 MHz, the same as the GPR signal recorded on the field. We differentiated it twice with respect to time to simulate the transformation made by the transmitter and the receiver antennae. We then performed the convolution between this pseudo-GPR signal and the reflectivity to obtain

$$O(t) = R(t) * \frac{\partial^2}{\partial t^2} I(t), \quad (2.8)$$

where $O(t)$ is the output signal, $R(t)$ is the reflectivity and $I(t)$ is the input source of the antenna. The TWT corresponding to the absolute maximum of $O(t)$ was used as the wetting front reflection TWT. For inversion, we used this 1D convolution algorithm to determine the wetting front TWT, being less time consuming than 2D-FDTD. TWT computed with those two methods are compared in the following.

Inversion modeling procedure

We used the TWT obtained from the radargrams (modeled or experimental) as data to be fitted to derive the set of M-vG parameters, $\{\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, \lambda\}$ and the initial water

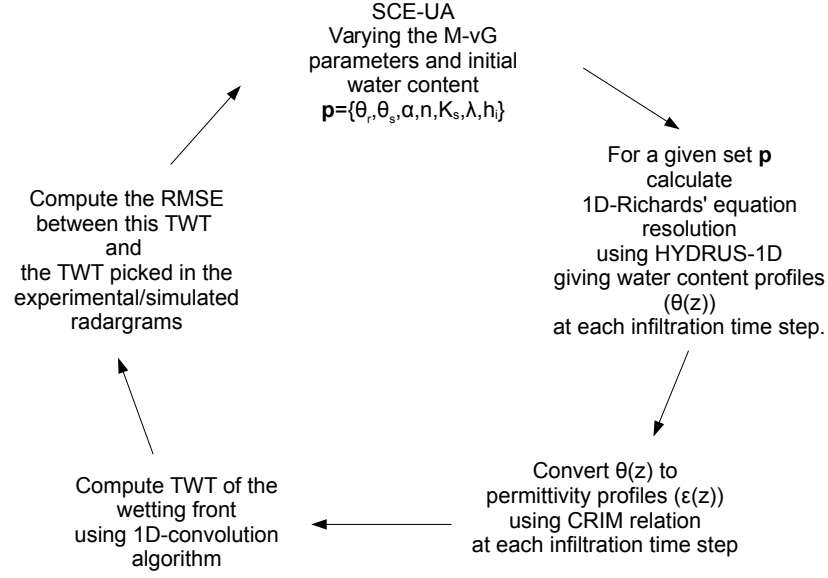


FIGURE 2.3 – Flow diagram of the inversion procedure. “SCE-UA” : Shuffled Complex Algorithm, “M-vG” : Mualem-van Genuchten, “CRIM” : Complex Refractive Index Method, “TWT” : Two Way Travel-time, “RMSE” : Root Mean Squared Error.

content, θ_i , which will be stated as the parameter vector : $p = \{\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, \lambda, \theta_i\}$. This set of parameters is estimated using the Shuffled Complex Evolution (SCE-UA) algorithm, by minimizing the objective function expressed as the Root Mean Square Error (RMSE) between the modeled and experimental TWT of the wetting front reflection.

Using Hydrus-1D, we generated 60 water content snapshots for every 10 seconds using the set of input parameters p . For each generated parameter set p , we calculated the TWT using our 1D-convolution algorithm and we computed the RMSE between these times and the data as an objective function. This inversion modeling procedure is presented as a flow diagram in Figure 2.3. The optimal set of parameters p_{op} corresponds to the minimum of the objective function.

2.5 Falling head infiltration experiment

2.5.1 Numerical example

Forward modeling

The set of hydraulic parameters used for this numerical example is presented in Table 2.1, as p_{in} . The permittivity profiles, resulting from water content conversions from HYDRUS-1D to permittivity and which were used as input for the GprMax2D program, are presented in Figure 2.4-a. The simulated GPR monitoring of the infiltration process is shown

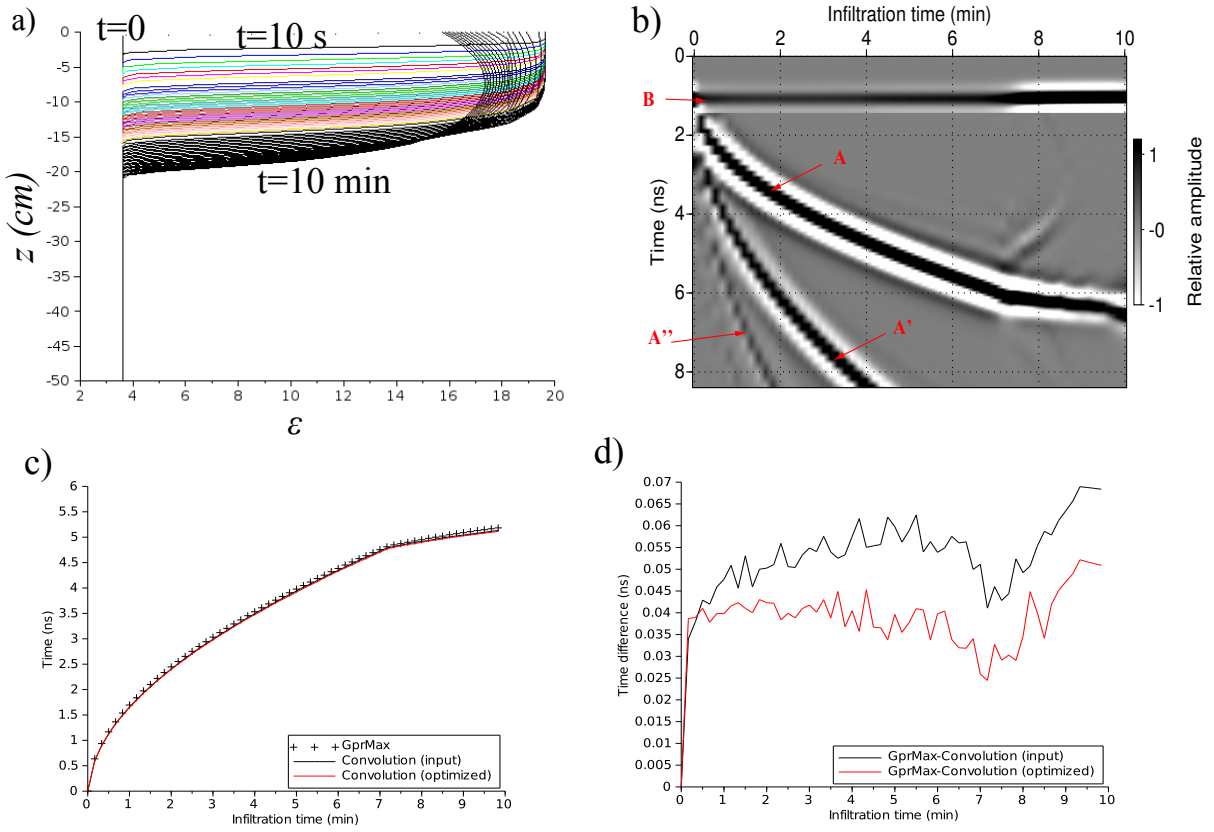


FIGURE 2.4 – Numerical example of a falling head infiltration : a) permittivity profiles (curves are plotted every 10 s), b) radargram simulated with GprMax 2D (reflection A is coming from the wetting front, B is the direct wave, A' and A'' are multiples of reflection A), c) comparison between TWT obtained by : crosses, picking reflection A peaks on radargram b), black line, using the convolution algorithm with p_{in} , red line, using the convolution algorithm with p_{op} . In d), differences between the TWT using : black line, the convolution algorithm with p_{in} and the radargram b), red line, the convolution algorithm with p_{op} and the radargram b).

in Figure 2.4-b. The horizontal axis is the infiltration time, two traces being separated by 10 seconds, as permittivity profiles are. The vertical axis is the TWT of the EMG wave coming back to the receiver.

On the profile presented in Figure 2.4-b, we denote one particular reflection, labeled A. Its arrival time is increasing as the wetting front moves deeper. This reflection is interpreted as coming from the wetting front. The reflections labeled A' and A'' are primary and secondary multiples of reflection A. The reflection labeled B is the direct air-ground wave. After 7 minutes, the 5-cm layer of water has been infiltrated, and drainage is starting. As a consequence, the permittivity of the upper part of the medium decreases and the velocity increases (Eq. 2.6). The TWT of reflection A increases more slowly, creating a change of slope in the reflection time curve (Figure 2.4-b). In Figure 2.4-c, we display the TWT of the maximum peak of reflection A (obtained from Figure 2.4-b) and the TWT calculated from the convolution algorithm using the input parameter set, p_{in} . In Figure 2.4-d we

	θ_r (cm ³ .cm ⁻³)	θ_s (cm ³ .cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm/min)	λ	θ_i (cm ³ .cm ⁻³)	$\log_{10}(\text{RMSE})$ ($\log_{10}(\text{ns})$)
p_{in}	0.06	0.39	0.023	6.71	0.120	0.5	0.07	-
Falling Head Infiltration								
p_{op}	0.062	0.396	0.0226	6.614	0.119	0.444	0.076	-7.15
$\frac{ p_{op}-p_{in} }{p_{in}}$	3.3 %	1.5 %	1.7 %	1.4 %	0.8 %	11 %	9 %	-
Constant Head Infiltration								
p_{op}	0.043	0.388	0.0215	6.97	0.118	0.457	0.053	-7.86
$\frac{ p_{op}-p_{in} }{p_{in}}$	28 %	0.5 %	7 %	3.9 %	1.7 %	8.6 %	24%	-

TABLE 2.1 – Hydraulic parameters for the numerical experiments. p_{in} is the set of parameters used as input to generate the radargrams presented in Figures 2.4-b) and 2.7-b). p_{op} is the set of parameters optimized by the SCE-UA global optimizer.

display time differences between these two curves. It has to be precised that the TWT of the absolute maximum peak of the direct wave (noted B in Figure 2.4-b) is subtracted from all TWT.

On Figures 2.4-b and c we see that GprMax picking and the convolution algorithm, for the p_{in} set are in agreement. The maximum time difference is less than 0.07 ns, showing that the convolution algorithm is accurate enough, even though the time step in the FDTD data is 0.01 ns.

Inverse modeling

We used the TWT obtained from the radargram of Figure 2.4-b (crosses in Figure 2.4-c) as data to be fitted to derive the set of M-vG parameters and the initial water content $p_{op} = \{\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, \lambda, \theta_i\}$ using the inversion procedure shown in Figure 2.3. The RMSE was minimized for the following set $p_{op} = \{\theta_r = 0.062 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_s = 0.396 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \alpha = 0.0226 \text{ cm}^{-1}, n = 6.614, K_s = 0.119 \text{ cm}/\text{min}, \lambda = 0.444, \theta_i = 0.076 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}\}$, which has to be compared with the input set values i.e., $p_{in} = \{\theta_r = 0.06 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_s = 0.39 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \alpha = 0.023 \text{ cm}^{-1}, n = 6.71, K_s = 0.12 \text{ cm}/\text{min}, \lambda = 0.5, \theta_i = 0.07 \text{ cm}^3\}$. Table 2.1 presents both sets, p_{in} and p_{op} , and the relative differences between them. The differences between these two sets of parameters is small considering that one is obtained using a straight 1D-convolution algorithm to invert 2D-FDTD simulated data. The comparisons between the simulated radargram picking of the wetting front (obtained from Figure 2.4-b) and the TWT calculated by the convolution algorithm with the inverted set of parameters p_{op} is presented in Figure 2.4-c and time differences in Figure 2.4-d. This inversion of a synthetic example validates our 1D convolution algorithm coupled with SCE-UA global optimization to invert experimental results, modeled with GprMax2D, to obtain the M-vG parameters and the initial water content of the considered soil.

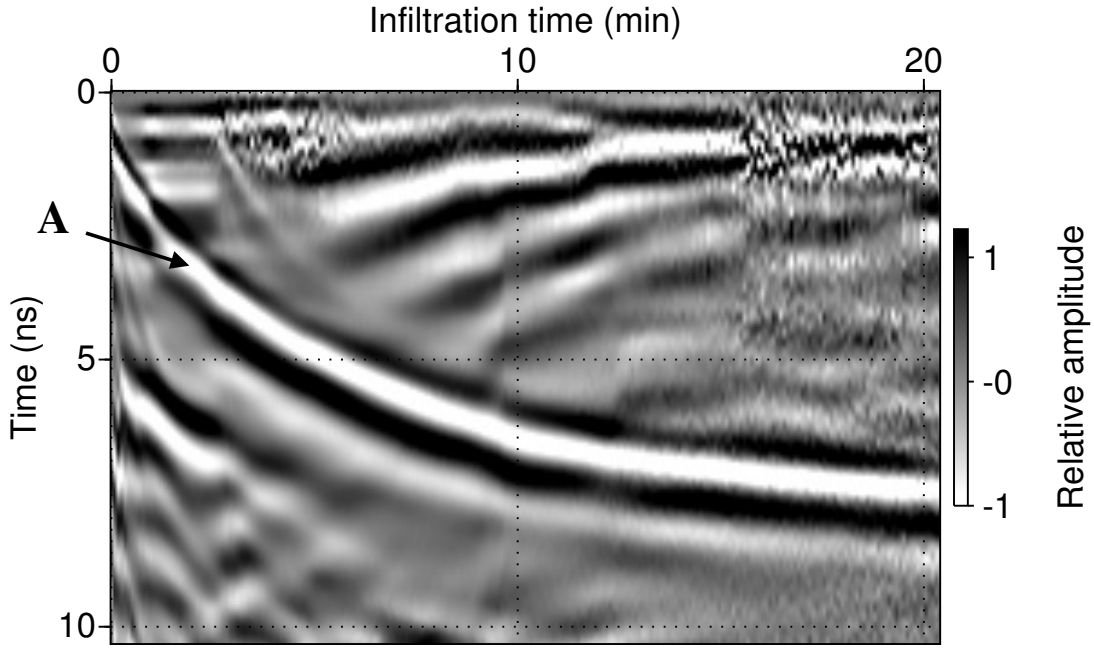


FIGURE 2.5 – GPR data acquired during a falling head infiltration (field experiment of the 01/27/2012). Reflection A is the reflection coming from the wetting front.

2.5.2 Field experiment

Experimental data and their analysis

Five falling head experiments took place in the quarry of Fontainebleau sand described in section 2.4.1. For each experiment, the initial volumetric water content was determined by gravimetric measurements on several soil core samples (Table 2.2).

As an example of the field GPR data, the radargram acquired on the 27th of January 2012 is shown in Figure 2.5. During this experiment, the 5 cm water layer was fully infiltrated after about 10 minutes, although in certain areas of the soil surface this time has been slightly shorter. The profile in Figure 2.5 shows three distinctive reflections. The one interpreted as coming from the infiltration front, labeled A, has an arrival time varying from 0 ns down to 7 ns. The other reflections come from the cylinder and are interpreted in Léger and Saintenoy [2012]. We did not use them in the present work. We determined the TWT of the A reflection peak and inverted the set of parameters using the same algorithm as for the synthetic case, summarized in the flow diagram (Figure 2.3). The time zero was set to the TWT of the direct wave peak, which corresponds to the TWT of the wetting front reflection for the first trace. The set of parameters, p_{op}^1 , minimizing the objective function is presented in Table 2.2.

	Date (M/D/Y)	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	λ	θ_i (cm ³ cm ⁻³)	θ_i^* (cm ³ cm ⁻³)	(RMSE) (ns)
Falling Head Infiltration										
p_{op}^1	01/27/2012	0.044	0.38	0.021	6.01	0.11	0.45	0.08	0.092*	0.0815
p_{op}^2	05/25/2011	0.036	0.405	0.0118	7.77	0.022	0.33	0.29	0.09*	0.2
p_{op}^3	06/01/2011	0.067	0.389	0.036	8.6	0.034	0.31	0.067	0.09*	0.07
p_{op}^4	11/07/2012	0.021	0.429	0.0208	5.82	0.0235	0.42	0.04	0.15*	0.07
p_{op}^5	11/07/2012	0.051	0.373	0.022	5.73	0.024	0.69	0.07	0.15*	0.05
Constant Head Infiltration										
p_{op}^6	07/25/2013	0.057	0.36	0.039	5.95	0.33	0.36	0.058	0.054*	0.04
p_{op}^7	02/22/2013	0.05	0.387	0.0144	5.75	0.029	0.37	0.22	0.067*	0.03
p_{op}^8	07/25/2013	0.051	0.413	0.024	7.11	0.129	0.482	0.056	0.054*	0.005
Laboratory and field measurements										
p_{cla}	11/07/2012	0.06	0.39	0.023	6.71	0.108*	0.5**	-	-	-

TABLE 2.2 – Hydraulic parameters for the field experiments. The * indicates values obtained from external field measurements such as disk infiltrometer experiment for K_s and gravimetric measurements from field samples for θ_i . The ** indicates that we set this value to 0.5 according to Mualem [1976]. p_{cla} is formed by the M-vG parameters determined by hanging water column experiments and the K_s value obtained from the disk infiltrometer data. p_{op}^{1-8} are the set of parameters inverted by our method.

In Figure 2.6-a, we compare the TWT of the wetting front obtained from i) the modeling using the set of parameters p_{cla} , formed by the M-vG parameters determined by water hanging column experiments and the K_s value obtained from the disk infiltrometer data, ii) the modeling using the optimized set of parameters p_{op}^1 and iii) reflection A in the experimental radargram (Figure 2.5).

In addition, Table 2.2 presents four other experimental results performed in the same quarry but at different sites and during other days. The inverted sets, p_{op}^2 to p_{op}^5 were all determined with the same procedure as p_{op}^1 with 10 minutes of GPR monitoring or less.

The last three experiments in Table 2.2, labeled p_{op}^{3-5} and presented in Figure 2.6-c-d-e, show that the M-vG parameters determined by laboratory measurements and disk infiltrometer test do not lead to a TWT close to the experimental GPR picking. This variability will be discussed in the discussion section.

The second inversion, labeled p_{op}^2 , seems accurate on Figure 2.6-b but leads to a smaller α value than in the other cases. It is correlated to the higher inverted initial water content, $\theta_i = 0.29 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, because of relation Eq. (2.2). The first minute of the infiltration is poorly fitted by the optimized model. We suspect that the sampling interval (one trace every 10 seconds) was too large to get accurate measurements, especially at the beginning of the infiltration, not well resolved, leading to a shift between the generated and the experimental TWT.

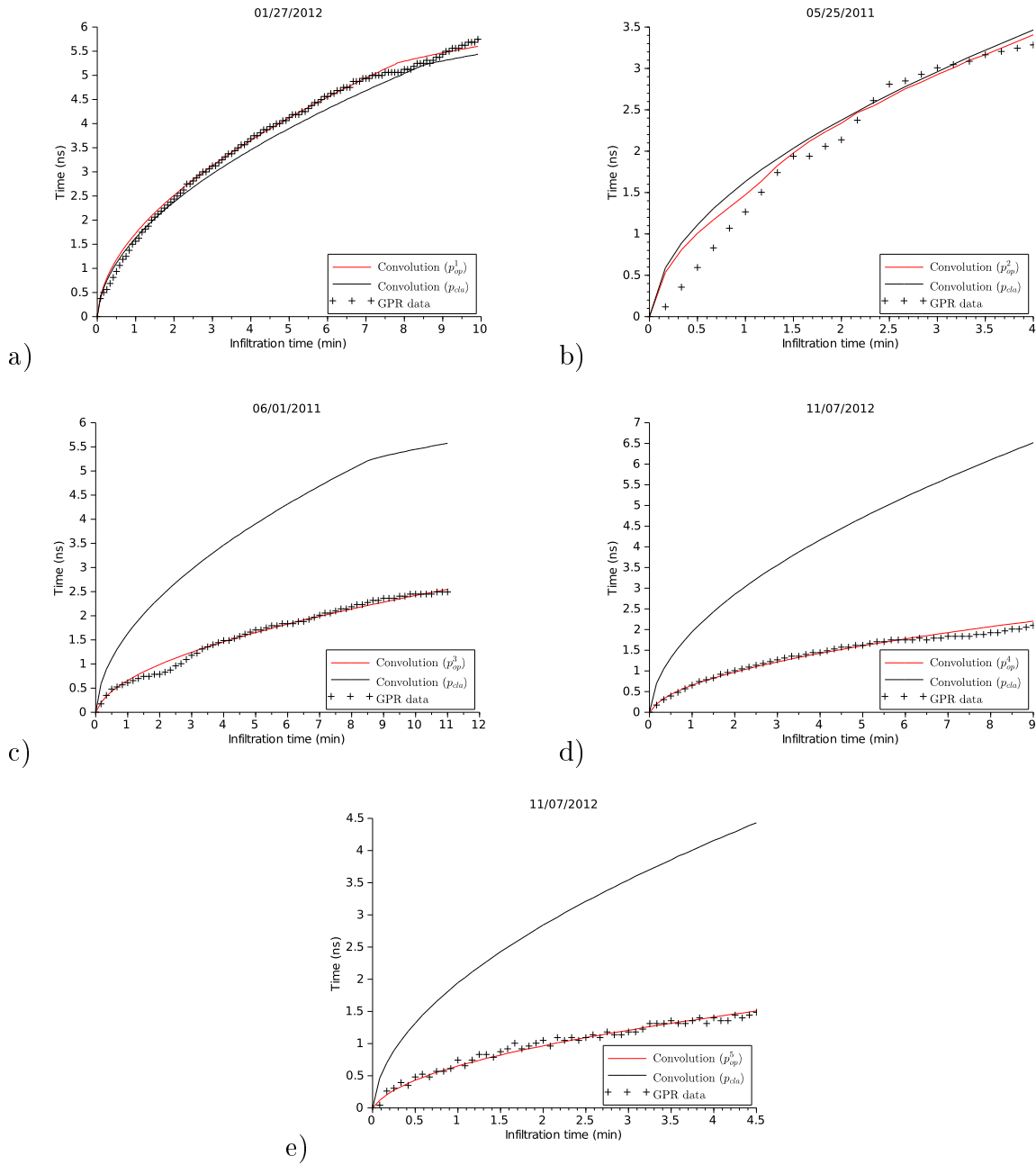


FIGURE 2.6 – For the five falling head infiltration field experiments : comparisons of TWT from the wetting front obtained i) from reflection A in the experimental radargrams, ii) with modeling using p_{cla} (Table 2.2), and iii) with modeling using a) p_{op}^1 , b) p_{op}^2 , c) p_{op}^3 , d) p_{op}^4 and e) p_{op}^5 .

2.6 Constant head infiltration experiment

2.6.1 Numerical example

Forward modeling

For this second case, a water layer of 5 cm above the ground was kept constant during the entire experiment. As above, using the same set of parameters p_{in} as in the first synthetic example (Table 2.1), we modeled infiltration of water inside a ring infiltrometer by applying a constant pressure head of 5 cm to the top node during 10 minutes. The permittivity profiles are presented in Figure 2.7-a, with each curve plotted every 10 s as in the falling head case. Figure 2.7-b shows the radargram simulated with GprMax2D. As can be seen, the reflection labeled *A* corresponds to the infiltration front reflection. Its TWT is increasing with no break in slope because infiltration is being constantly fed by constant ponding, contrary to the previous falling head case. In Figure 2.7-c, we computed the TWT of the wetting front using the convolution algorithm and compare them to the picked TWT of reflection *A* from the radargram in Figure 2.7-b. Time differences between these two curves (black line in Figure 2.7-d) are less than 0.07 ns as in the former synthetic example.

Inverse modeling

We inverted the whole set of parameters p_{op} , by minimizing the differences between the arrival times of the wetting front reflection obtained by the convolution algorithm and the arrival times picked from the simulated radargram in Figure 2.7-b. The objective function was minimized for the set $p_{op} = \{\theta_r = 0.043 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_s = 0.388 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \alpha = 0.0215 \text{ cm}^{-1}, n = 6.973, K_s = 0.118 \text{ cm}/\text{min}, \lambda = 0.457, \theta_i = 0.053 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}\}$, which is close to the values used as input for simulating the data, p_{in} , as in the former falling head case. Table 2.1 presents the relative differences between the parameters set as input and the optimal parameters. The comparisons between the simulated radargram picking of the wetting front (obtained from Figure 2.7-b) and the TWT calculated by the convolution algorithm with the inverted set of parameters p_{op} is presented in Figures 2.7-c and d. This synthetic inversion validates our 1D convolution algorithm coupled with SCE-UA global optimization to invert experimental data to obtain M-vG parameters and the initial water content in the case of constant head infiltration experiment.

2.6.2 Field experiments

Three experiments took place in the same quarry of Fontainebleau sand as in the previous experiments. The GPR data obtained on the 25th of July 2013 are shown in Figure 2.8.

In this profile, the TWT of reflection *A* increases from 0 to about 9 ns after 9.5 min of infiltration. We picked the arrival time of the *A* reflection peak and computed the objective

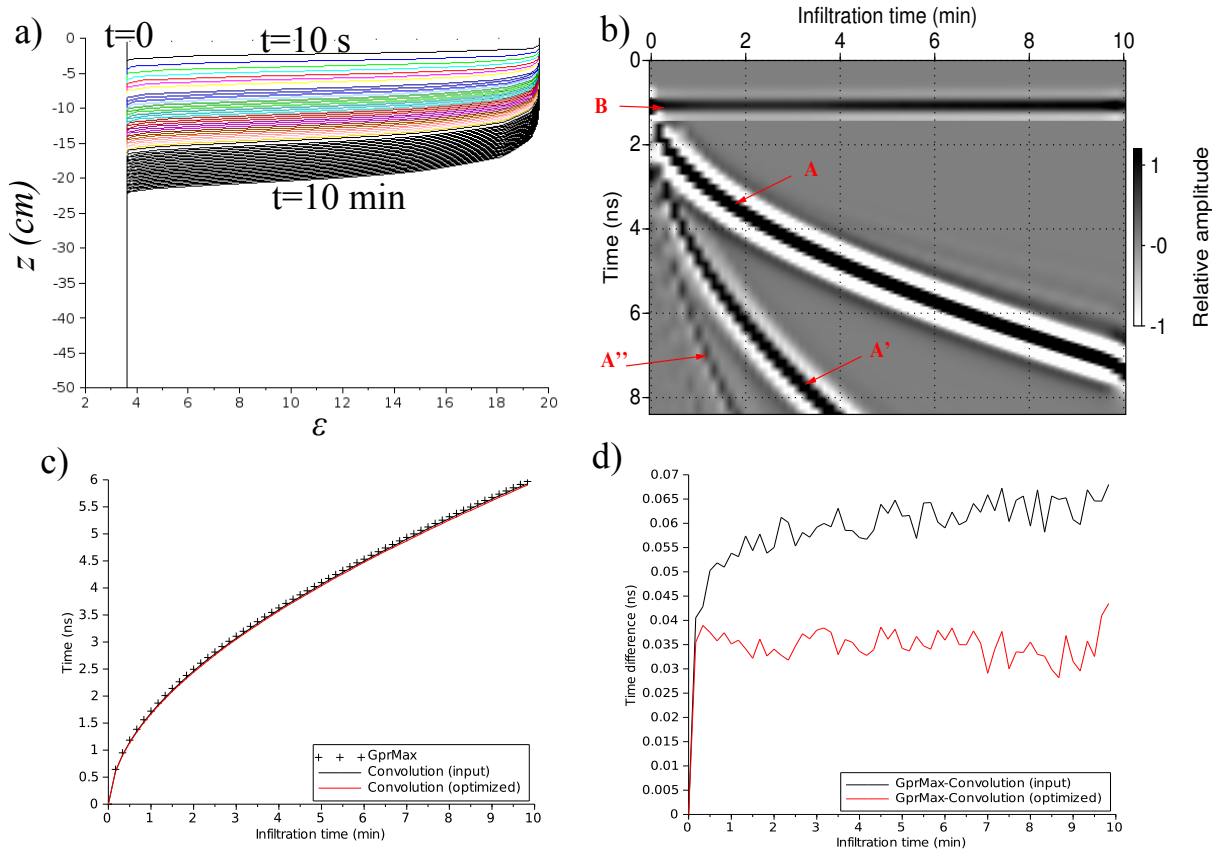


FIGURE 2.7 – Numerical example of a constant head infiltration : a) permittivity profiles (curves are plotted every 10 s), b) radargram simulated with GprMax 2D (reflection A is coming from the wetting front, B is the direct wave, A' and A'' are multiples of reflection A, c) comparison between TWT obtained by : crosses, picking reflection A peaks on the radargram b), black line, using the convolution algorithm with p_{in} , red line, using the convolution algorithm with p_{op} . In d), differences between the TWT using : black line, the convolution algorithm with p_{in} and the radargram b), red line, the convolution algorithm with p_{op} and the radargram b).

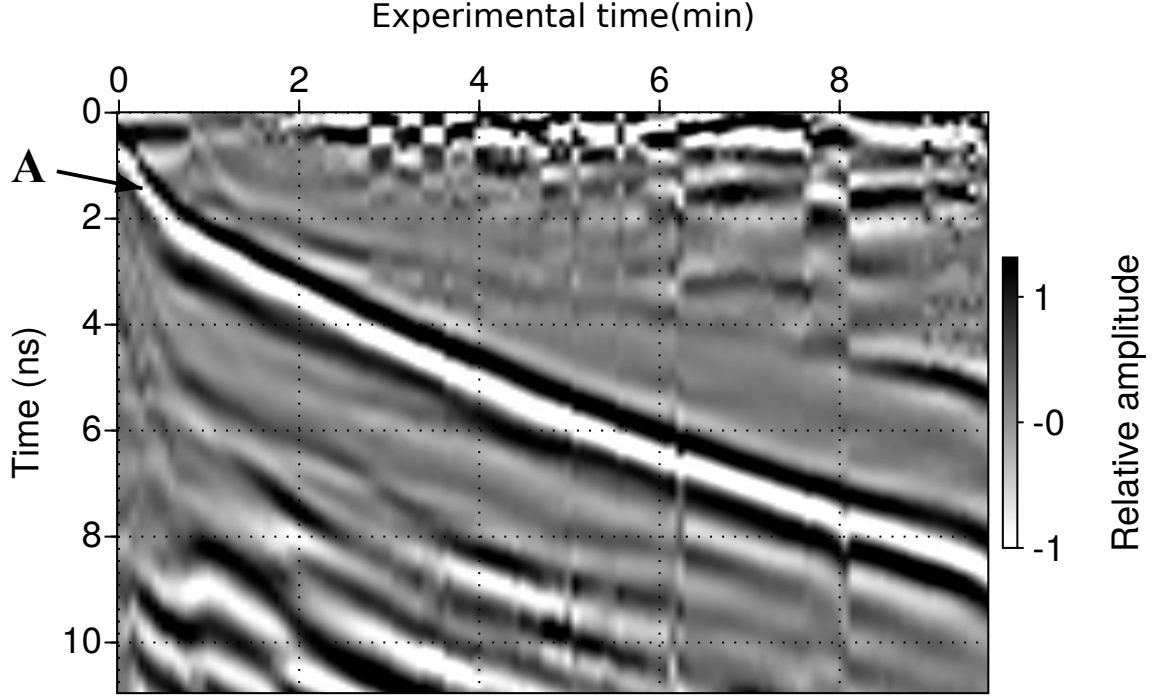


FIGURE 2.8 – GPR data acquired during a constant head infiltration (field experiment of the 07/25/2013). Reflection A is the reflection coming from the wetting front.

function using the same procedure as described before. We obtained the minimum of the objective function for the set $p_{op}^6 = \{\theta_r = 0.057 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}, \theta_s = 0.36 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}, \alpha = 0.039 \text{ cm}^{-1}, n = 5.95, K_s = 0.33 \text{ cm}.\text{min}^{-1}, \lambda = 0.36, \theta_i = 0.058 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}\}$, as summarized in Table 2.2. Again, these values should be compared to those obtained by the disk infiltrometer and hanging water column experiments, p_{cla} , and to the other sets of parameters optimizing data acquired on this soil during this study.

In Figure 2.9, we display the TWT of the wetting front obtained from i) the modeling using the set of parameters p_{cla} , ii) the modeling using the optimized set of parameter p_{op}^{6-7-8} and iii) the experimental radargrams. From Figure 2.9, we can see that our algorithm is accurate and able to differentiate between close values of hydraulic parameters. As in the third experiment (Figure 2.6-c), it shows that the M-vG parameters determined by laboratory measurements and disk infiltrometer test p_{cla} do not lead to a TWT close to the experimental GPR picking.

Once again, despite its good fitting on Figure 2.9-b, the second constant head experiment (p_{op}^7) has a low α value and high inverted initial water content, $\theta_i = 0.22 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$. Picking or poor sampling might not be the source of error. We see around 1 minute of infiltration a change in slopes in the TWT, due to a small issue in the constant head device. We suspect this change is responsible for this low value of α .

Concerning Figure 2.9-c, the GPR data are not fitted correctly, despite the fact the optimized set of parameters p_{op}^7 is consistent with the other experiments.

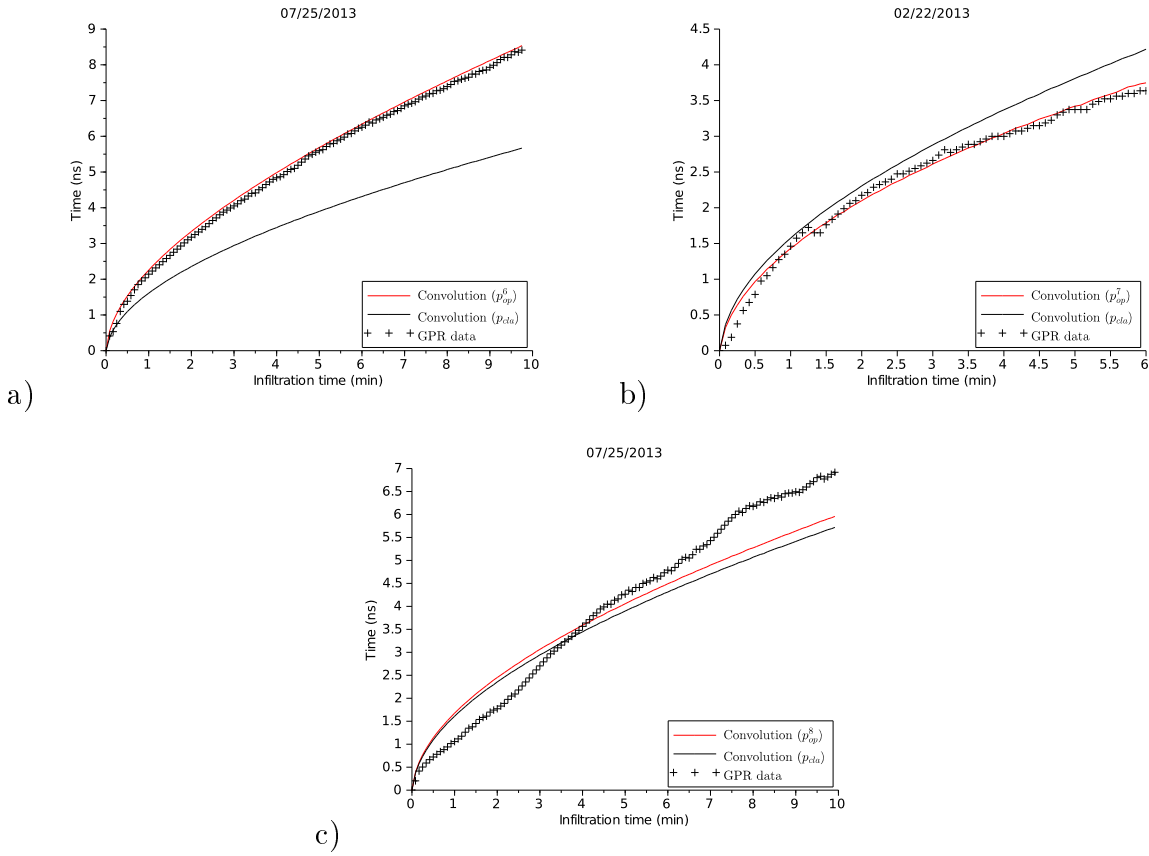


FIGURE 2.9 – For the three constant head infiltration field experiments : comparisons of TWT from the wetting front obtained i) from reflection A in the experimental radargrams, ii) with modeling using p_{cla} (Table 2.2), and iii) with modeling using a) p_{op}^6 , b) p_{op}^7 , c) p_{op}^8 .

2.7 Discussion

The results presented above indicate clearly that a commercial surface GPR can be used as a tool for monitoring the wetting front in sand soils. Although the use of surface-based GPR data to estimate the parameters of unsaturated flow models is not new [Moysey, 2010], our method gives in a single experiment accurate values of all the M-vG parameters $\{\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, \lambda\}$ and the initial volumetric water content θ_i , comparable to those obtained with disk infiltrometer and hanging water column measurements, and relevant in the case of sand soil. A distinct advantage of our approach is the simplicity of the algorithm and its quick convergence, which is very encouraging for application to more complicated models (layered soils), and other soil types.

Although we obtained different values for the set of M-vG parameters in our different experiments, they are consistent within each other and are expected for this type of Fontainebleau sand soils. Those differences arise mainly because the experiments were not done the same day nor on the same sites. The sites were decades meters away from each other, so that spatial variability can explain the observed differences between the estimated values. Heterogeneities in unsaturated hydraulic properties were studied and described on different soils in the works of Russo and Bouton [1992], Chen *et al.* [2012a,b] and Guadagnini *et al.* [2013]. According to these studies, the variabilities observed in the M-vG parameters we inverted using our method are in the range of the spatial and temporal variabilities expected in such field studies.

That said, the discrepancies between hydraulic parameters determined by our GPR algorithm and the laboratory/disk infiltrometer measurements may come from different phenomena.

First of all, the M-vG parameters determined from the hanging water column experiment were obtained from a single drainage curve of reconstituted samples, whereas on the field, the infiltration is a ponded one, wetting front coming from the top.

Secondly, despite the fact that we upgraded the single ring infiltrometer by the use of GPR to monitor the wetting front, our experiments still suffer from the problem of entrapped air, which causes reduction of saturated water content and hydraulic conductivity and deviation of the other hydraulic parameters. This issue cannot be fixed with ponded infiltration. Disk infiltrometer measurement may cause less problems, working with negative pressure potentials [Ankeny *et al.*, 1991, Reynolds and Elrick, 1991].

During our modeling, we considered an homogeneous and isotropic soil. As we said, real soils exhibit heterogeneities, triggering preferential flows. Even in the case of Fontainebleau sand, differences in packing and compaction could lead to the creation of preferential flow paths. One of the ways to resolve this issue could be to use a dual porosity model [Gerke and van Genuchten, 1993] and a stochastic procedure to generate a high number of soil models with different parameters, and perform statistical analysis on the obtained set of parameters.

Some remarks are needed about the comparison between 1D-temporal convolution and the real electromagnetic signal. Our inversion algorithm is based on the assumption that soil

can be represented as a stack of homogeneous layers, and forces the reflection coefficient (Eq. 2.7) to be expressed as a normal incidence case. Secondly, we considered that the 2-D plane waves computed by the FDTD algorithm (modeling) and 3-D plane waves (experiments) could be treated as a 1-D temporal convolution. This limitation will be studied in future works, using SWMS-2D [Šimunek *et al.*, 1994] to simulate 2D axi-symmetrical infiltration.

Another source of inevitable issue, working with GPR, arises from the dispersion of the electromagnetic signal because of the soil electrical conductivity. The penetration of the EMG wave will decrease with increasing electrical conductivity, which clearly indicates the difficulty to work with high clay content soils.

Finally, the influence of the initial water content, θ_i , is of much importance because the power of the returned GPR signal is proportional to the permittivity difference between the saturated and the initial state of the soil. Higher contrast between those two will lead to better ability to monitor the wetting front.

2.8 Summary

This research investigated the use of on-ground surface GPR to monitor the wetting front during infiltration inside a ring infiltrometer. We showed by modeling and experiments that a standard GPR device was able to monitor the wetting front in a sandy soil. We tested on synthetic cases the ability of our algorithm to invert modeling and experimental data to obtain the M-vG parameters and the initial water content using a Shuffled Complex Algorithm optimization procedure. We presented results from eight field infiltration experiments. The experiments were falling head infiltrations and constant head infiltrations performed in a quarry of Fontainebleau sand. Those two types of experiments correspond to transient and steady state infiltration, and show the ability of our method to work in both cases. The retrieved parameters were comparable to those obtained with laboratory and disk infiltrometer experiments, and were in agreement with the parameters expected for this type of sand soils. This new field method allowing to retrieve the M-vG parameters in a short amount of time with no need of additional time-consuming laboratory measurements, is very promising, and further researches are currently carried out on other type of soils, particularly loessic soils.

2.9 Uncertainties on the saturated hydraulic conductivity

This study was focused on the inversion of the GPR monitoring data to obtain only the saturated hydraulic conductivity and its uncertainties. The inversion methods and procedure were the same as presented above.

Uncertainty Analysis

We attempted to evaluate the uncertainty in the saturated hydraulic conductivity retrieved from GPR data fitting by using a Bayesian method. We based it on the work of Tarantola [1987] and the adaptative method proposed by the Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM) [BIPM *et al.*, 2011]. We considered six major uncertainty sources, five from the Mualem-van Genuchten parameters, α , n , θ_r , θ_s and λ and one from the initial water content θ_i . We assumed that all uncertainties can be described by a Gaussian distribution probability function centered on the value found by the hanging water column experiments with a standard deviation ranging from 5 to 40%. With this definition we obtained the following set of *a priori* density functions for our experimental case : $\mathcal{N}_\alpha(\alpha^\mu = 0.023 \text{ cm}^{-1}, \alpha^\sigma = [5; 40]\%)$, $\mathcal{N}_n(n^\mu = 6.7, n^\sigma = [5; 40]\%)$, $\mathcal{N}_{\theta_r}(\theta_r^\mu = 0.062 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_r^\sigma = [5; 40]\%)$, $\mathcal{N}_{\theta_s}(\theta_s^\mu = 0.39 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_s^\sigma = [5; 40]\%)$, $\mathcal{N}_\lambda(\lambda^\mu = 0.5, \lambda^\sigma = [5; 40]\%)$ and $\mathcal{N}_{\theta_i}(\theta_i^\mu = 0.09 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_i^\sigma = [5; 40]\%)$, where \mathcal{N} stands for the Gaussian probability density function and μ and σ represent the mean and standard deviation. We generated multiple sets of parameters by sampling each Gaussian distribution, using a Latin Hypercube Sampling algorithm [McKay *et al.*, 1979, Iman and Shortencarier, 1985, Diwekar and Kalagnanam, 1997] $\{\alpha^i, n^i, \theta_r^i, \theta_s^i, \lambda^i, \theta_i^i\}$, where the subscript “*i*” is the iteration number. For each set, the value of K_s minimizing the objective function was computed by the inversion procedure presented above. We generated enough sets of parameters so that the uncertainty on K_s values look like a Gaussian function with a stabilized standard deviation. We used this standard deviation to represent the uncertainty of K_s .

We did not consider the uncertainties on radargrams picking, because we evaluated it has a very weak influence comparing to the other uncertainties considered, as they were smaller than 0.1 ns.

Using our analysis, we found in the case of the falling head infiltration that K_s was ranging from $0.12 \pm 0.01 \text{ cm/min}$ to $0.1 \pm 0.1 \text{ cm/min}$ for 5% and 40% uncertainties on Mualem-van Genuchten parameters, respectively. For the constant head case, we found a range of possible values for the saturated hydraulic conductivity, $K_s = 0.089 \pm 0.009 \text{ cm/min}$ for 5% uncertainties on the Mualem-van Genuchten parameters to $K_s = 0.07 \pm 0.05 \text{ cm/min}$ for 40% uncertainties. The results are detailed in Table 2.3. This narrow range of possible values is in agreement with the disk infiltrometer value, and clearly shows the accuracy of our method in the case of a sandy soil and its robustness to the influence of uncertainties on the Mualem-van Genuchten parameters.

Falling Head Infiltration								
	θ_i (cm ³ .cm ⁻³)	θ_r (cm ³ .cm ⁻³)	θ_s (cm ³ .cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	λ	K_s (cm/min)	Retrieved K_s (cm/min)
Numerical	0.17	0.07	0.43	0.019	8.67	0.5	0.120	0.121
Field	0.09	0.062	0.39	0.023	6.7	0.5	0.108 ±0.01*	0.120
Field ±5%	±0.005	±0.003	±0.02	±0.001	±0.03	± 0.03	"	0.120 ±0.013
Field ±10%	±0.009	±0.006	±0.04	±0.002	±0.7	± 0.05	"	0.12 ±0.02
Field ±20%	±0.02	±0.012	±0.08	±0.005	±1.4	± 0.1	"	0.11 ±0.04
Field ±30%	±0.03	±0.018	±0.12	±0.007	±2	± 0.15	"	0.11 ±0.07
Field ±40%	±0.04	±0.024	±0.16	±0.009	±2.7	± 0.2	"	0.1 ±0.1
Constant Head Infiltration								
	θ_i (cm ³ .cm ⁻³)	θ_r (cm ³ .cm ⁻³)	θ_s (cm ³ .cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	λ	K_s (cm/min)	Retrieved K_s (cm/min)
Numerical	0.17	0.07	0.43	0.019	8.67	0.5	0.120	0.119
Field	0.07	0.062	0.39	0.023	6.7	0.5	0.108 ±0.01*	0.089
Field ±5%	±0.004	±0.003	±0.01	±0.001	±0.03	±0.03	"	0.089 ±0.009
Field ±10%	±0.007	±0.006	±0.02	±0.002	±0.07	±0.05	"	0.09 ±0.01
Field ±20%	±0.01	±0.01	±0.04	±0.004	±0.06	±0.06	"	0.08 ±0.02
Field ±30%	±0.02	±0.02	±0.06	±0.006	±0.03	±0.03	"	0.08 ±0.04
Field ±40%	±0.2	±0.018	±0.06	±0.006	±0.21	±0.15	"	0.07 ±0.05

TABLE 2.3 – Hydraulic parameters for the numerical and field experiments. The * indicates values of K_s measured from disk infiltrometer experiments.

Chapitre 3

Hydrodynamic parameters of a sandy soil determined by Ground-Penetrating Radar monitoring of Porchet infiltrations¹

3.1 Abstract

This chapter presents how Mualem-van Genuchten hydraulic parameters of a sandy soil can be obtained from ground-penetrating radar data acquired during water infiltration down a tube placed in a vertical hole. Water content profiles were simulated at various infiltration time steps using SWMS-2D based on initial values of the Mualem-van Genuchten parameters and were converted to dielectric permittivity profiles using the Complex Refractive Index Model. The GprMax2D suite of programs was used to generate radargrams showing the electromagnetic reflections on the simulated wetting bulb. The Shuffled Complex Evolution algorithm was used to estimate the Mualem-van Genuchten parameters from ground-penetrating radar reflections measured during constant head borehole infiltrations. The method is presented on synthetic examples and on field experiments carried out in a sandy soil. The estimated parameters were compared with values obtained in the laboratory on soil samples and with disk infiltrometer measurements.

3.2 Introduction

The vadose zone is a buffer layer where water is brought to the underlying aquifer by precipitation and irrigation or taken off by evaporation, evapotranspiration and drainage.

1. This chapter is adapted from Léger, E., Saintenoy, A., Tucholka, P., and Coquet, Y., Hydrodynamic parameters of a sandy soil determined by Ground Penetrating Radar monitoring of Porchet infiltrations, *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. in Remote Sens.*, in press, 2015

Understanding soil response to water stress and planning its ability to redistribute water is a key for dealing with water resource management, food production, and natural ecosystem protection.

Soil hydrodynamic characteristics are represented by the soil water retention $\theta(h)$ and hydraulic conductivity $K(h)$ functions. These functions are described by various mathematical expressions summarized in Kosugi *et al.* [2002]. The soil water retention function, $\theta(h)$, is defined as the relationship between the volumetric water content, θ , and the matric suction head, h . The hydraulic conductivity function, $K(h)$ or $K(\theta)$, is the relationship between hydraulic conductivity and matric suction head or volumetric water content. The parameters appearing in these functions are generally obtained indirectly using parameter optimization techniques to fit data obtained in the laboratory or in the field. The Mualem-van Genuchten (M-vG) functions [Mualem, 1976, van Genuchten, 1980] are widely used and are generally well suited for sandy soils. The determination of the parameters of the van Genuchten soil water retention function is usually done using laboratory experiments, such as the water hanging column [Dane and Hopmans, 2002]. The hydraulic conductivity function can be determined either in the laboratory, or, using *in situ* infiltration tests. Laboratory methods such as the multistep outflow [Eching *et al.*, 1994] or the evaporation methods [Peters and Durner, 2008, Schindler *et al.*, 2010a,b] give both the hydraulic conductivity function and the water retention curve, whereas constant or falling head permeameter methods [Klute, 1965, Klute and Dirksen, 1986] give only the saturated hydraulic conductivity by direct application of Darcy's law.

The large number of existing field methods [Angulo-Jaramillo *et al.*, 2000] can be characterized in two types, whether measurements are performed from the soil surface or from auger holes. The single [Muntz *et al.*, 1905] or double ring infiltrometers [Boivin *et al.*, 1987] provide field saturated hydraulic conductivity from infiltration under positive water pressure applied to the soil surface, while disk infiltrometers [Perroux and White, 1988, Clothier and White, 1981] allow the reconstruction of the hydraulic conductivity curve $K(h)$ close to saturation by applying different water pressures smaller than or equal to zero. The Guelph permeameter [Reynolds, 2008, Reynolds and Elrick, 2002] is a popular auger-hole method that measures a composite of vertical and horizontal K_s at a certain depth. This well permeameter technique involves augering a well into the soil and ponding one or more constant heads of water in the well, and monitoring the water input required to maintain the head. This principle is more or less the same as the Porchet test infiltrometer [Porchet and Laferrere, 1935] developed to determine the hydraulic properties of deep layers. Other methods such as the cone permeameter [Gribb *et al.*, 1998, Kodešová *et al.*, 1998, Šimunek *et al.*, 1999] allow to obtain the whole set of hydraulic parameters for deep layers as well.

The determination of soil hydrodynamic parameters is delicate since reliable measurements are difficult to obtain and data show large spatial variability as shown by Romano [1993]. Soil hydrodynamic parameter variability is due to the heterogeneity of soil physical properties which can be large at regional [Wang *et al.*, 2014] and field scales [Shouse *et al.*, 1995, Vogel *et al.*, 2000, Mzuku *et al.*, 2005]. Further, parameters determined on soil core samples may not be fully representative of the soil's *in situ* properties since the integrity of soil is difficult to preserve during sampling. Classical methods such as those presented above are time-consuming and their analysis involves various simplifying assumptions,

partly due to the lack of information about the shape of the infiltration front or bulb. Another critical drawback of these methods is the small volume used in the measurements, which may not adequately represent vadose zone processes [Binley *et al.*, 2002].

An alternative to permeameter tests is the use of geophysical methods. Advances in instrumentation and electronics in the past 30 years have significantly reduced costs and improved acquisition rates, which explains the current attractiveness of geophysical methods. Detailed reviews on remote sensing for soil moisture measurements are presented in the works of Vereecken *et al.* [2008] and Evett and Parkin [2005], where geophysical methods take an important part, mainly because many of them are non invasive and/or easy to use and allow for *in situ* estimation of subsurface properties at a larger, more relevant integrative scale. A complete review of the large panel of geophysical methods in watershed hydrology is available in the paper of Robinson *et al.* [2008]. Commonly used hydro-geophysical methods are electrical resistivity [Zhou *et al.*, 2001, Goyal *et al.*, 2006] and electromagnetic [Sheets and Hendrickx, 1995, Akbar *et al.*, 2005] measurements. This paper focuses on the use of Ground-Penetrating Radar (GPR).

For a few decades, GPR has been known as an accurate method to measure water content variations in soils [Huisman *et al.*, 2003, Annan, 2005, Doolittle *et al.*, 2006], since the dielectric permittivity of water relative to air is 80.1 (at 25°C). For example wet sand has a permittivity range of 20-30, whereas its dry state gives a dielectric permittivity range of 3-5 [Davis and Annan, 1989]. The GPR method is based on the fact that EMG wave propagation velocity decreases in the vadose zone as water content increases [Loeffler and Bano, 2004, Bano, 2006]. In addition Parkin *et al.* [2000] showed that moisture content estimated from GPR data has a high reproductibility and accuracy, which allows for tracking water front movement in the vadose zone. Many GPR techniques have been used such as tomography imaging between boreholes [Binley *et al.*, 2001, Kowalsky *et al.*, 2005, Chen *et al.*, 2001, Endres *et al.*, 2007, Chang and Alumbaugh, 2011, Eppstein and Dougherty, 1998]. However, according to Steelman *et al.* [2012] this method provides minimal information about soil moisture dynamics near the surface, and also coring is definitely invasive. That is why surface-based GPR systems represent an ideal alternative and most of the recent studies focused on these techniques. Many advances were recently made with GPR using full-waveform inversion, for instance to invert soil hydraulic properties [Lambot *et al.*, 2006, 2009, Jadoon *et al.*, 2012] using off-ground GPR and on-ground GPR [Busch *et al.*, 2012], and to identify high-porosity layers that act as zones of preferential flow using crosshole data [Klötzsche *et al.*, 2013]. More classical methods such as multi-offset GPR survey techniques were carried out during water infiltration by Mangel *et al.* [2012] and were used for water content estimation by Greaves *et al.* [1996] and Bradford [2006, 2008].

The study presented here is a field water infiltration experiment monitored with on-ground GPR, keeping constant distance between antennas (mono-offset). Many studies have been carried out on GPR monitoring of water dynamics during field or laboratory experiments. Moysey [2010] studied a laboratory infiltration inside a sand box from the surface with on-ground GPR. He used the reflection from the wetting front as well as from the ground wave and the bottom of the box to monitor changes in water content. These data were used to estimate the van Genuchten parameters using semblance analysis. Lai *et al.* [2012] conducted a laboratory water infiltration and drainage experiment

under controlled conditions during which GPR waveform and side-view grayscale images of the soil column were continuously captured. The GPR wavelets were analyzed by a joint time-frequency analysis and the authors were able to determine the rate of water infiltration in the unsaturated zone. Haarder *et al.* [2011] used a constant offset on-ground GPR to monitor a field infiltration experiment while dye tracing was used to exhibit preferential flow paths after post-experiment excavation. They found that the GPR was able to map deeper infiltration when compared to dye tracing, but was unable to resolve small infiltration patterns leading to preferential flow. These authors concluded that the non-uniformity of the wetting front, especially fingering, complicated GPR data interpretation. Truss *et al.* [2007] used time-lapse GPR measurements coupled with a centimeter positioning system accuracy to track fluid movement and characterize subsurface flow in a limestone after rainfall and artificial injection. They were able to highlight preferential flows and create 3D time-lapse imaging of flow through dissolution sinks. Trinks *et al.* [2001] followed an infiltration plume in a dry sand by collecting dense GPR lines every 30 minutes. By comparing these time-line datasets to baseline signal, they were able to follow the infiltration plume in 3D and even distinguish preferential flows.

In a previous study, Léger *et al.* [2014] were able to follow the progression of the wetting bulb during infiltration from a single ring infiltrometer. A 1D-convolution algorithm was used to obtain the M-vG parameters of the studied sandy soil. This first study showed that 1D modeling was sufficient to obtain M-vG parameters from GPR monitoring of surface infiltration provided the soil being considered homogeneous. Modeling infiltration in a borehole at a known depth requires 2D axi-symmetrical modeling, which implies the use of a 2D algorithm inversion. Saintenoy *et al.* [2008] monitored the wetting bulb during an experimental infiltration down a 81 cm-long tube placed into the soil, using a commercial surface GPR. They gave an estimation of the dimension of the bulb with time and numerically modeled the experiment for which they obtained a good agreement with experimental radargrams.

The aim of the present study was to extend the analysis of Saintenoy *et al.* [2008] and estimate the soil hydraulic properties of a sand using the Shuffled Complex Evolution (SCE-UA) algorithm [Duan *et al.*, 1992] to invert the GPR data based on synthetic examples and experimental field data sets.

3.3 Background

3.3.1 Unsaturated flow equation

In this study, we consider unsaturated flow of incompressible water in a non-deformable isotropic and isothermal porous media. Using a symmetry around the axis defined by the borehole middle axis, the water flow was described using Richards' equation [Richards, 1931], which can be expressed in terms of water content as

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K(h) \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(K(h) \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right], \quad (3.1)$$

where t is the time, r is the radial distance around the axis of symmetry, z is the vertical distance from the soil surface downward.

3.3.2 Hydraulic property functions

Several mathematical functions exist to model the hydraulic properties of porous media [Kosugi *et al.*, 2002].

All these models solve the integral form of the relative hydraulic conductivity function, based either on the Burdine's [Burdine, 1953] or the Mualem's [Mualem, 1976] theory. We chose Mualem's model, which expresses the relative hydraulic conductivity as

$$K_r = S_e^{1/2} \left[\frac{\int_0^{S_e} \frac{1}{h(x)} dx}{\int_0^1 \frac{1}{h(x)} dx} \right]^2, \quad (3.2)$$

where $K_r = K(h)/K_s$ and K_s (cm/min) is the saturated hydraulic conductivity. S_e is the dimensionless water content or effective saturation, $S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$, the subscripts s and r indicate saturated and residual value of the volumetric soil water content θ , respectively.

Water retention functions, $\theta = f(h)$, have been proposed to solve the equation (3.2). Among them, the van-Genuchten [van Genuchten, 1980] model has the following expression

$$\theta(h) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)(1 + (\alpha h)^n)^{\frac{1}{n}-1}, \quad (3.3)$$

where α (cm^{-1}) and n define two fitting parameters which are linked to the soil water matric potential and the slope of the water retention curve at the inflection point, respectively. The hydraulic conductivity function (Equation 3.2) is then described by

$$K(\theta) = K_s S_e^\lambda \left[1 - \left[1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right]^{\frac{n-1}{n}} \right]^2, \quad (3.4)$$

with λ accounting for pore tortuosity, set to 0.5 for isotropic media, according to the study of Mulaem [Mualem, 1976].

3.3.3 Dielectric permittivity versus electromagnetic wave velocity

Surface GPR consists of a dipole transmitting antenna positioned on the soil surface that emits short pulses of spherical electromagnetic (EMG) waves in response to an excitation current source, and a receiving antenna, also located at the soil surface, which converts the incoming EMG fields to an electrical signal source. Following the works of Annan [1999], the velocity of electromagnetic waves is

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon' \mu_r \frac{1 + \sqrt{1 + \tan^2 \delta}}{2}}}, \quad (3.5)$$

where δ is the loss factor as a function of the dielectric permittivity, frequency and electrical conductivity, ε' denotes the real part of the relative dielectric permittivity, μ_r the relative magnetic permeability and c denotes the velocity of EMG waves in air (0.3 m/ns). Considering the case of non-magnetic soil with low electrical conductivity, in the range of 10 MHz to 1 GHz, the real part dominates the imaginary part of the dielectric permittivity, and neglecting Debye effect [Debye, 1929], Eq. (3.5) reduces to :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon'}} . \quad (3.6)$$

We used this equation to compute the travel-time of an EMG wave through a layer of soil of known thickness with a known dielectric permittivity.

3.3.4 Petrophysical relationship

A petrophysical function relating the soil water content to porosity and to the soil dielectric permittivity is needed for the interpretation of GPR measurements. Several empirical or conceptual models exist to convert soil volumetric water content to dielectric permittivity. Two complete reviews are available in the works of Huisman *et al.* [2003] and Lesmes and Friedman [2005]. Based on the fact that the experiments presented here have been made in a quarry of Fontainebleau sand composed of 99% silica, we used the Complex Refractive Index Method (CRIM) [Birchak *et al.*, 1974, Roth *et al.*, 1990], which relates the relative dielectric permittivity of bulk media, ε_b , to the volumetric summation of each component of it. Thus, for a tri-phasic medium comprised of water, air and silica, we obtain

$$\sqrt{\varepsilon_b} = \theta \sqrt{\varepsilon_w} + (1 - \phi) \sqrt{\varepsilon_s} + (\phi - \theta) , \quad (3.7)$$

where $\varepsilon_w = 80.1$, $\varepsilon_s = 2.5$ are respectively the dielectric permittivity of water and silica (relative to value in air) and ϕ the porosity.

3.3.5 Hydrodynamical modeling

Solving Eq. (3.1) is not an easy task since it is a non linear equation of partial derivatives. The Finite Element Method (FEM) is often used in such case. Many codes such as Hydrus2D/3D [Šimunek *et al.*, 2008] or COMSOL are used to perform it. The Richards' equation was solved numerically by the code SWMS-2D developed by Šimunek *et al.* [1994].

3.3.6 Electromagnetic modeling

Numerous techniques are available for simulating GPR data, such as ray-based methods (e.g. Cai and McMechan [1995] or Sethian and Popovici [1999]), time-domain finite-difference full-waveform methods (e.g. Kunz and Luebbers [1993] or Kowalsky *et al.*

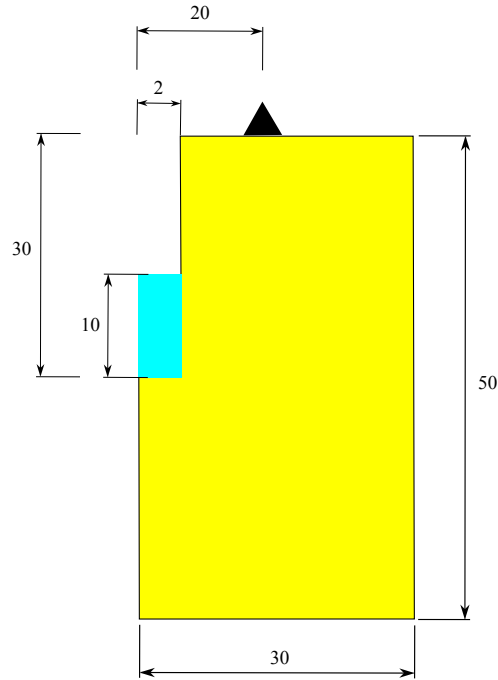


FIGURE 3.1 – Scheme of the experimental set up. The triangle symbolizes the transmitter and receiver of the antennae. A 10-cm layer of water was maintained in the 4-cm-radius vertical hole. Length are in centimeters.

[2001]), or Finite Differences Time Domain (FDTD) (e.g. Irving and Knight [2006]). We used the GprMax2D codes [Giannopoulos, 2005], which use FDTD modeling to solve Maxwell's equations in two dimensions.

3.4 Materials and methods

3.4.1 Experimental set-up

We studied the infiltration of a 10-cm-thick layer of water in a vertical hole dug in a sandy soil. The scheme of the experiment is presented in Figure 3.1. The vertical hole was dug with a manual auger, with a diameter of 4 cm. A polyvinyl chloride (PVC) tube of the same diameter was placed in the hole and its last 10 cm were screened. A 6-mm hose connected via a tap to a graduated container of water was inserted into the hole all the way to the bottom. During water injection, the water level at the bottom of the hole was monitored by a piezometer and manually maintained by the operator using a tap. The GPR antennae were set up on the soil surface at various distances from the center of the vertical hole. In all our field experiments, we used a Malå RAMAC system with shielded top antennae centered at 1600 MHz in air. The beginning of the GPR acquisition was launched after filling the vertical hole with water up to a level of 10 cm. A picture of the experiment is presented in Figure 3.2, where one can see the PVC pipe in the vertical hole, and the 1.6 GHz antennae 10 cm away from the middle of the hole. The GPR system was



FIGURE 3.2 – Picture of the experiment. The antennae are centered on 1600 MHz. The PVC tube was inserted 30 cm into the soil. A piezometer and a tube for water supply were inserted in it.

set to acquire a trace every second. Water was continuously added to the hole to maintain a 10-cm-thick water layer at the bottom of the hole during the infiltration experiment. In all GPR field data presented below, we subtracted the average trace of a moving window of 200 traces. No amplitude gain was applied.

The field experiments took place in a natural quarry of sand in Cernay-La-Ville (Yvelines, France). The soil was a Fontainebleau sand composed of 99% quartz. Nine soil samples of known volume were extracted using a manual auger every 10 cm down to 80 cm to obtain porosity and for particle density analysis. The laboratory analysis of these samples indicated that their average porosity was 0.43. Their average particle density was $2.48 \pm 0.03 \text{ g cm}^{-3}$. Granulometric analysis showed that 10% of the grains had a diameter less than 0.125 mm and 86% less than 0.16 mm. These values are typical for Fontainebleau sand.

The M-vG parameters, α , n , θ_s and θ_r , of the sand were determined in the laboratory by several hanging water column experiments [Dane and Hopmans, 2002] on reconstituted samples, during drainage. Each sample was reconstituted using the bulk density measured in the field at each depth. The λ parameter was not measured and was set to its typical value of 0.5, according to Mualem [Mualem, 1976]. The soil was considered homogeneous. Its initial water content, θ_i , and porosity, ϕ , were determined using gravimetric measurements of field samples (Table 3.1).

Disk infiltrometer experiments were performed on the soil surface and at 30 cm depth using the multi-potential method [Ankeny *et al.*, 1991, Reynolds and Elrick, 1991]. We obtained values between 0.07 and 0.11 cm/min for the saturated hydraulic conductivity at the surface of the soil, and values between 0.18 and 0.22 cm/min at 30 cm depth (Table 3.1).

Depth (cm)	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	θ_i (cm ³ cm ⁻³)
0	0.06	0.39	0.023	6.71	[0.076; 0.108]	[0.05; 0.1]
30	0.04	[0.37; 0.39]	[0.015; 0.016]	[8-10]	[0.188; 0.216]	[0.075; 0.1]
40	[0.05; 0.06]	[0.34; 0.41]	[0.016; 0.02]	[6.87; 10]	-	0.1
50	0.06	0.34	0.019	10	-	0.075

TABLE 3.1 – Hydraulic parameters determined by classical laboratory and field measurements.

3.4.2 Modeling

Richards' equation was solved numerically by the SWMS-2D code developed by Šimunek *et al.* [1994]. It uses a Galerkin-type linear finite element scheme, which implies a spatial discretization of the simulation domain. The flow region was divided into a network of triangular elements, and the corners of these elements are taken to be the nodal points where $\theta(r, z)$ and $h(r, z)$ are computed, among other functions, at each time step. We used and modified the code Mesh2d written by Darren Engwirda [Engwirda, 2009] to allow us more freedom in the creation of the 2D-mesh.

The soil profile was 50 cm deep, 60 cm wide and assumed to be homogeneous. Assuming an axi-symmetrical flow reduced the simulation domain to a width of only 30 cm. We used an atmospheric Boundary Condition (BC) with no rain and evaporation at the soil surface, a constant pressure head of 10 cm at the bottom of the hole and calculated the pressure head along the vertical hole according to depth. A free drainage BC at the bottom of the soil profile was set. We simulated the first 6 minutes of the experiment with a time step of 10 s, giving 37 water content snapshots.

Because Maxwell's equations were resolved by Finite Difference Time Domain (FDTD) using GprMax2D [Giannopoulos, 2005], they could not be solved using the same finite element mesh as the one used in SWMS-2D. To solve this issue, we interpolated the SWMS-2D output volumetric water content values at each node of the finite element mesh to a regularly spaced grid using a 2D quadratic interpolation. We then converted these volumetric water content maps to permittivity maps using the CRIM relation (Eq. 3.7). We applied an axial symmetry to these maps in order to have the whole soil reconstructed. These permittivity maps were the input for the GprMax2D program simulating radargrams of the infiltration process. We then picked on these radargrams the Two Way Travel-time (TWT) corresponding to the reflections coming from the wetting bulb.

3.4.3 Inversion algorithm

We used the TWT corresponding to one particular reflection on the bulb obtained from the radargram (modeled or experimental) as data to be fitted to derive the set of M-vG

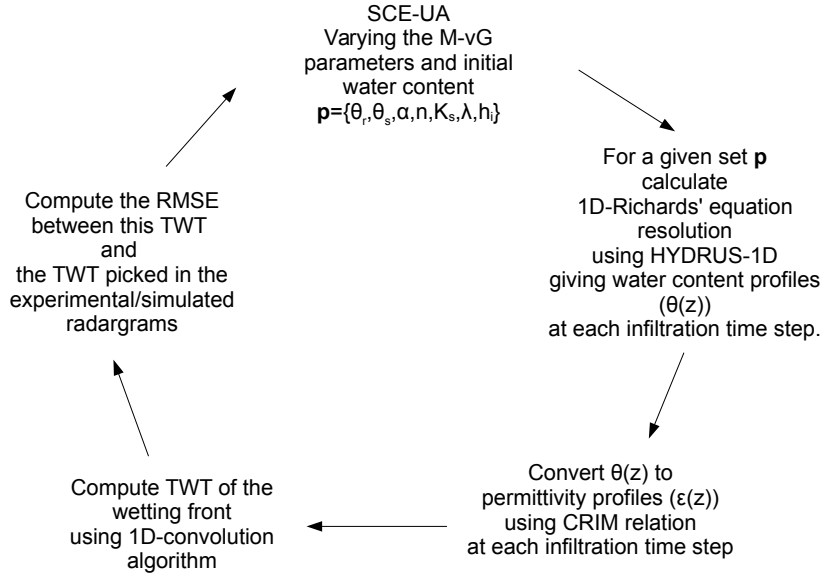


FIGURE 3.3 – Flow diagram of the inversion procedure. “SCE-UA” : Shuffled Complex Algorithm, “M-vG” : Mualem-van Genuchten, “CRIM” : Complex Refractive Index Model, “TWT” : Two Way Travel-time, “RMSE” : Root Mean Squared Error.

parameters $\{\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s\}$ and the initial water content, θ_i , which will be stated as parameter vector $\mathbf{p} = \{\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, \theta_i\}$. This set of parameters was estimated using the Shuffled Complex Evolution (SCE-UA) algorithm, by minimizing the objective function expressed as the Root Mean Square Error (RMSE) between the modeled and experimental TWT of the wetting front reflection, given by :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\tau_{xp}(t_j) - \tau_{mod}(t_j, \mathbf{p})]^2}, \quad (3.8)$$

where τ_{xp} is the experimentally measured TWT of the wetting front reflection at time t_j , τ_{mod} is the modelled TWT of the wetting front reflection at time t_j subject to soil hydraulic parameter vector \mathbf{p} , and N the number of points used for comparison, i.e. the number of times t_j considered.

In order to avoid any influence from the spatial discretization step inducing numerical dispersion during the computation of the EMG field, we ensured that the spatial discretization step was smaller than 50% of a tenth of the smallest wavelength of the propagating EMG fields in the media. Further details about this rule can be found in the work of Kunz and Luebbers [1993] and Taflové [1995].

For each generated parameter set \mathbf{p} , we picked the TWT of the wetting front reflection and we computed the RMSE between these times and the data as the objective function. This inversion modeling procedure is presented as a flow diagram in Figure 3.3. The optimal set of parameters \mathbf{p}_{op} is the one minimizing the objective function (Eq. 3.8).

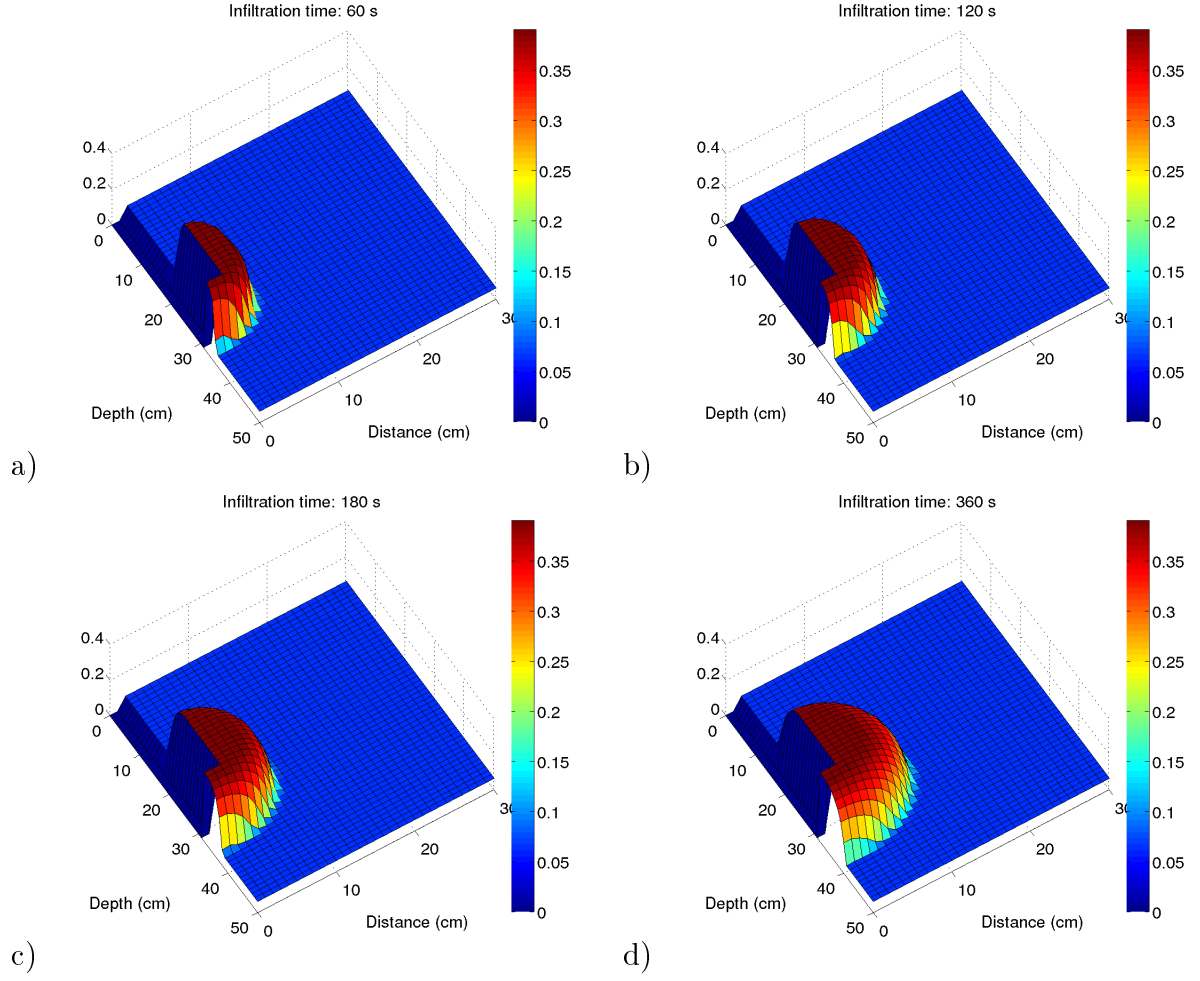


FIGURE 3.4 – Water content profiles generated with the set of parameter p_{in} at time a) $t=1$ min, b) $t=2$ min, c) $t=3$ min, and d) $t=6$ min. The depth of the circular hole was 30 cm and its radius was 2 cm.

3.5 Constant head infiltration experiment

3.5.1 Numerical example

Forward modeling

The set of hydrodynamic parameters used for this numerical example is presented in Table 3.2 as p_{in} . The water content maps generated with SWMS-2D at different infiltration times, 1, 2, 3 and 6 minutes after the start of the infiltration, are presented in Figure 3.4. The simulated GPR monitoring of the infiltration process is shown in Figure 3.5. The horizontal axis is the infiltration time, two traces being separated by 10 seconds, which is the numerical time step for the computation of the water content profiles. The vertical axis is the TWT of the EMG wave coming back to the receiver.

On this radargram, we denote four particular reflections labeled A , B , C and D . The

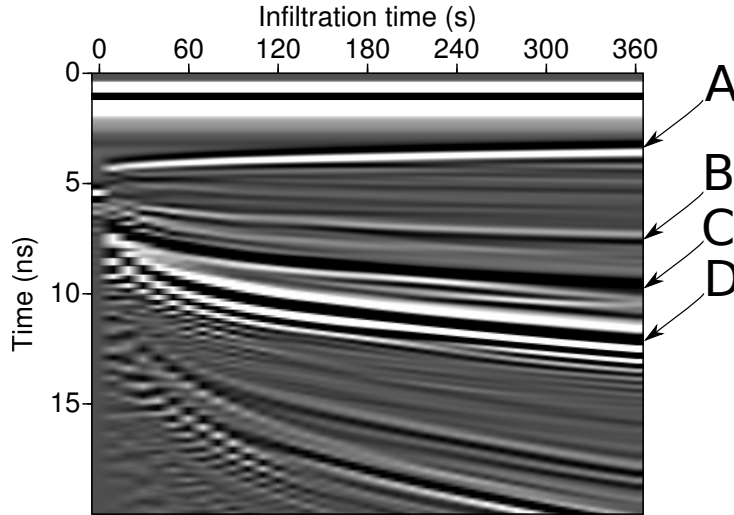


FIGURE 3.5 – Radargram of the simulated Porchet infiltration. The *A*, *B*, *C* and *D* reflections come from the wetting bulb. Other unlabeled reflections are multiples. The horizontal reflection at 1 ns is the direct wave.

arrival time of reflection *A* is decreasing with experimental time, whereas the arrival time of reflection *B*, *C* and *D* are increasing with infiltration time. Figure 3.5 shows also that the polarity of reflection *A* is inverse to the polarity of reflection *D*. The same inversion of polarity appears between reflections *B* and *C*. According to the basic expression of the reflection coefficients, we can say that *A* and *B* reflections appear on interfaces separating a lower permittivity media from an higher one, whereas *C* and *D* reflections are due to interfaces between an higher to a lower permittivity media. Figure 3.5 shows as well that the *D* reflection has a stronger amplitude than the other ones. In order to understand the source of these reflections and the effect of the bulb and the vertical hole on the amplitude of the reflection *D*, we show, on Figure 3.7, snapshots of the propagating EMG wave. After testing different models taking into account the PVC pipe, the air and the water layer inside the pipe, we chose to show the results obtained with a simplified model where the 4 cm diameter hole is considered as a plain homogeneous medium of relative dielectric permittivity 3. Snapshots were generated at 200 seconds infiltration time from 0.5 ns to 12 ns each 0.5 ns. The water content map corresponding to this infiltration time is shown in Figure 3.6. On each snapshot, we superimposed a contour line corresponding to the external limit of the infiltration bulb. The very thin white line represents the surface of the soil. The source is a dipole perpendicular to the plane of observation placed on the soil surface, 20 cm away from the borehole center. The receiver is at the same position as the source.

On snapshots obtained between 0.5 to 2 ns, we see the EMG wave front propagating in the top air layer and in the soil away from its source. As expected, the wave in the air moves faster than the one through the soil. We distinguish also the ground wave propagating at the interface air/soil.

At 2.5 ns, the EMG wave hits the top of the infiltration bulb. The resulting reflected wave comes back to the antennae around 4 ns. This is reflection *A* in Figure 3.5. The transmitted wave is propagating inside the bulb more slowly than in the outside medium.

	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	θ_i (cm ³ cm ⁻³)	$\log_{10}(\text{RMSE})$ ($\log_{10}(\text{ns})$)
p_{in}	0.06	0.39	0.023	6.71	0.120	0.07	-
p_{op}	0.069	0.388	0.0218	6.71	0.113	0.076	-6.97
$\frac{ p_{op}-p_{in} }{p_{in}}$	15 %	0.5%	5%	0 %	6 %	1 %	-

TABLE 3.2 – Hydraulic parameters for the numerical experiment. The set of parameters p_{in} is used as input to generate the radargram presented in Figure 3.5. The set of parameters p_{op} is optimized by the SCE-UA global optimizer.

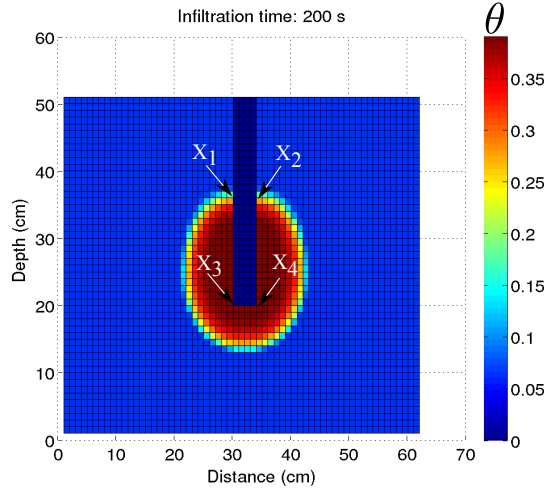


FIGURE 3.6 – Water content profile generated with the set of parameter p_{in} at time $t = 200$ s. Points X_1 to X_4 are diffraction points.

The wave propagating outside the wet bulb reaches the bottom of the simulated domain at 4 ns while the wave inside the bulb is still half way down. Meanwhile, the edges X_1 and X_2 formed by the hole and the infiltration bulb (Figure 3.6) are diffracting the incident field. This results in an EMG wave propagating inside the bulb and another one traveling faster down the hole. The wave propagating on the right side of the bulb is in advance compared to the one on the left side. When these waves encounter the edges X_3 and X_4 at the bottom of the hole (Figure 3.6), diffraction occurs again. The diffracted wave from edge X_4 propagating in the surrounding medium is reaching back the antennae around 7 ns and is called reflection B on the radargram of Figure 3.5. On its way back inside the hole, it will be diffracted again by the edge X_2 (around 8 ns), creating a wave reaching the antennae around 9.5 ns (reflection C in Figure 3.5).

Meanwhile, part of the diffracted EMG waves from X_3 and X_4 will travel back up inside the bulb on each side of the hole. They are reaching the diffraction points X_1 and X_2 more or less at the same time, around 9.5 ns, and add up constructively resulting in a diffracted wave with an amplitude noticeably stronger than the preceding one (see snapshot at 10 ns). The bulb is acting as a focusing lens on the EMG wave propagating through it. This wave is reaching the antennae around 11.5 ns and is named reflection D in Figure 3.5.

As a whole conclusion, the saturated bulb developing from the hole is acting as a wave

guide and splits the main wave front : one wavefront is propagating in clockwise direction whereas the other wavefront is propagating counterclockwise. Since both wavefronts after one round have traveled the whole circle but in different directions they constructively interfere and generate the strong amplitude reflection D .

We used the TWT of this reflection to invert the data to obtain the hydrodynamic parameters. The TWT of reflection D depends on the size and water content distribution inside the bulb and its strong amplitude helps for the automatic picking process used in the modeled as well as in the experimental radargrams.

Figure 3.7 shows the snapshots resulting in a model with a 4 cm diameter plain hole, not taking into account the water layer inside it. We verified that modeling the 10 cm of water and the air in a 3 mm thick PVC tube does not change the arrival times of reflection D . The layers of water and air inside a PVC pipe create additional reflections making the automatic picking of reflection D algorithm less efficient. We decided to keep our simplified model because it does not affect the relative TWT of reflection D .

Inverse modeling

We used the TWT of reflection D obtained from the radargram of Figure 3.5 as data to be fitted to derive the set of M-vG parameters and the initial water content $\mathbf{p}_{op} = \{\theta_r, \theta_s, \alpha, n, K_s, \theta_i\}$ using the inversion procedure shown in Figure 3.3. The RMSE was minimized for the following set $\mathbf{p}_{op} = \{\theta_r = 0.07 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_s = 0.39 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \alpha = 0.022 \text{ cm}^{-1}, n = 6.71, K_s = 0.113 \text{ cm}/\text{min}, \theta_i = 0.076 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}\}$, which has to be compared with the input set values, i.e. $\mathbf{p}_{in} = \{\theta_r = 0.06 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_s = 0.39 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \alpha = 0.023 \text{ cm}^{-1}, n = 6.71, K_s = 0.12 \text{ cm}/\text{min}, \lambda = 0.5, \theta_i = 0.07 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}\}$. Table 3.2 presents both sets \mathbf{p}_{in} and \mathbf{p}_{op} and the relative differences between them. The differences between these two sets of parameters are small considering that only 200 iterations were made. The two TWT from the D reflection made with the input and inverted parameters are presented in Figure 3.8, where crosses represent input parameters and plain line is for the inverted set.

This inversion of a synthetic example validates our SCE-UA global optimization method to obtain the M-vG parameters and the initial water content from GPR data.

3.5.2 Field experiments

Experimental data and their analysis

Five Porchet infiltration experiments took place in the quarry of Fontainebleau sand described in section 3.4.1. For each experiment, the initial volumetric water content was determined by gravimetric measurements on several soil core samples (Table 3.1). The hole was 30-cm deep and the water layer was kept with a thickness of 10 cm. As examples of the field GPR data, three radargrams acquired on June and September 2014 (experiments 1, 3 and 4) are shown in Figure. 3.9-a), 3.10-a) and 3.11-a). For these experiments, the

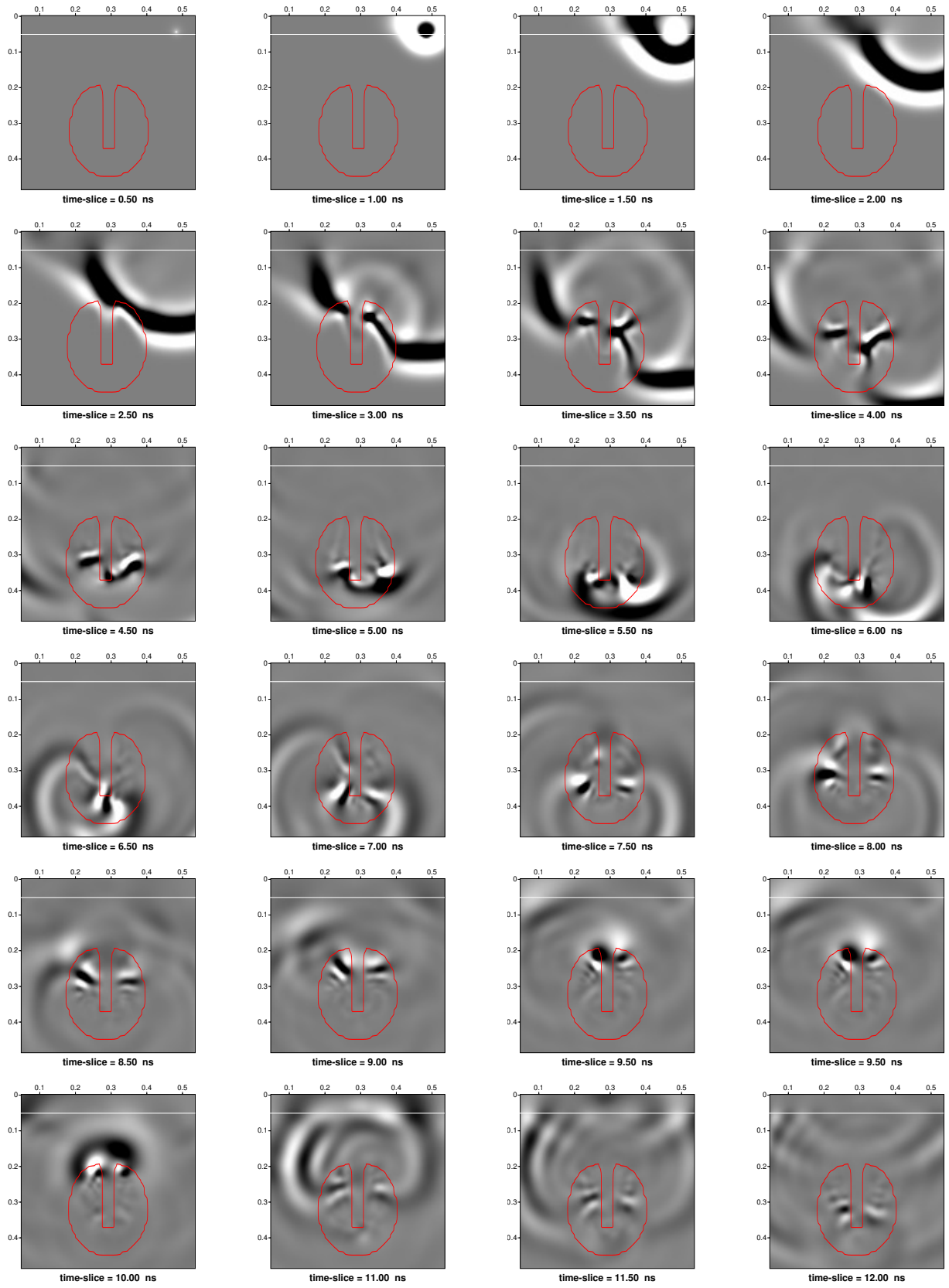


FIGURE 3.7 – Simulated time slices 200 seconds after the beginning of the infiltration. The red line represents contour line at $\theta_v = 0.07\%$. The white line represents the ground surface.

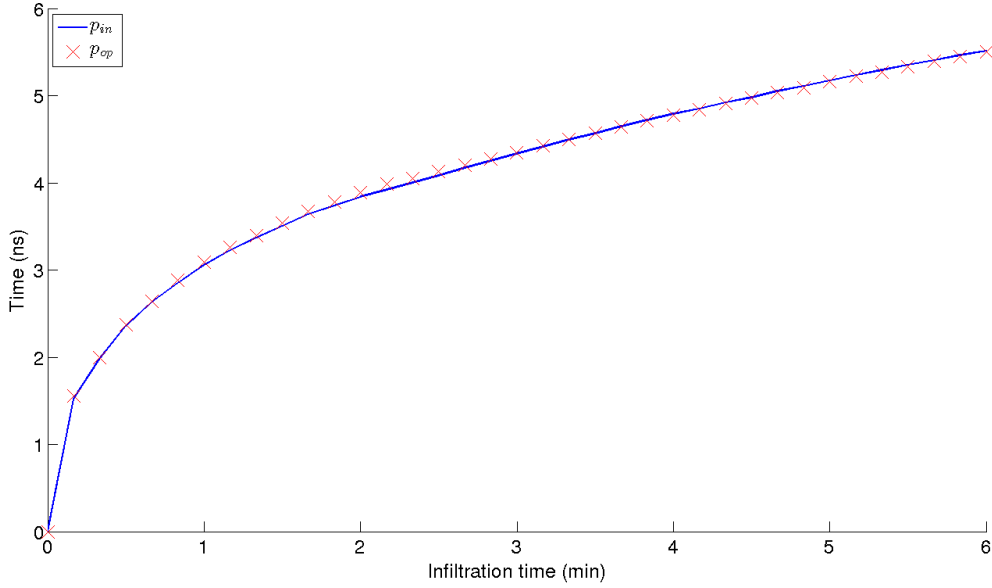


FIGURE 3.8 – TWT of reflection D. Red-crosses : TWT obtained with input parameters p_{in} , blue : TWT obtained with optimized parameters p_{op} . Both sets of parameters are presented in Table 3.2.

GPR antenna was 15 cm away from the 30 cm auger-hole for the two first cases, and 20 cm away for the third one presented on Figure 3.11-a). Each GPR recording lasted at least 5 minutes. The profile in Figure 3.9-a) exhibits strong similarities with the one modeled and presented in section 3.5.1. Especially we distinguish a clear D reflection with a TWT varying from 9 ns down to 12 ns. The reflection coming from the upper part of the bulb is hard to distinguish because it overlaps with the direct wave. Between 5 and 7 ns, we see the reflection coming from the surface of water inside the auger-hole with a fluctuating TWT corresponding to the manually-maintained water level inside the hole. The profile in Figure 3.10-a) displays the same strong D reflection whereas the reflection A from the top of the bulb is hard to distinguish. The last profile presented in Figure 3.11-a) displays both A and D reflections, even if the top bulb reflection A is not very strong compared to the D one. On each data set, we determined the TWT of the D reflection peak and inverted the set of parameters using the same algorithm as for the synthetic case, summarized in the flow diagram (Figure 3.3). The time zero was set to the first reflection picked, which gives us a relative TWT for all our TWT. The set of parameters, p_{op} , minimizing the objective function is presented in Table 3.3.

In Figure 3.9-b), we compare the TWT of the wetting front obtained from i) the modeling using the optimized set of parameters p_{op}^1 and ii) reflection D in the experimental radargram (Figure 3.9-a)). The sets of parameters p_{op}^3 and p_{op}^4 minimizing the objective function for the experiment 3 and 4 are presented in Table 3.3. In Figure. 3.10-b) and 3.11-b), we compare the TWT of the wetting front obtained from i) the modeling using the optimized set of parameters p_{op}^3 and p_{op}^4 and ii) reflection D in the experimental radargram (Figure. 3.10-a and 3.11-a). Table 3.3 presents all experimental results performed in the same quarry but at different sites and days.

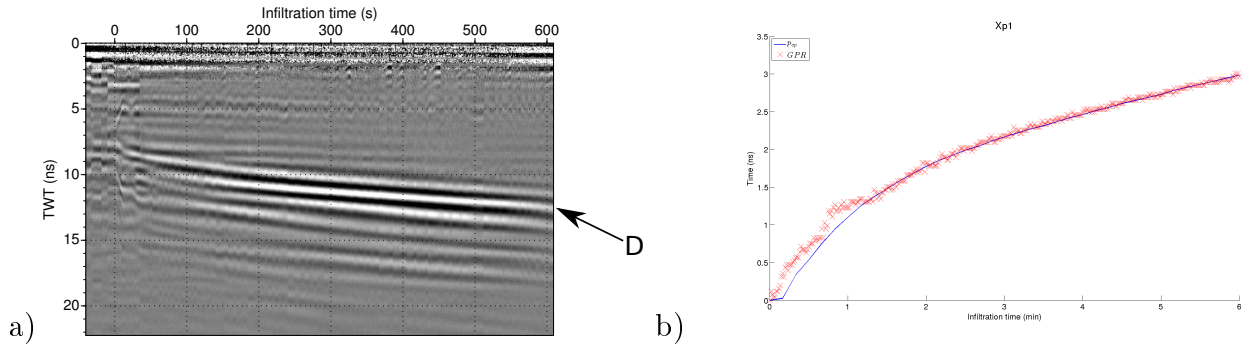


FIGURE 3.9 – Experiment 1 : a) Experimental radargram acquired in the field. b) Comparisons of TWT from the wetting front obtained i) from reflection D in the experimental radargram, ii) with modeling using p_{op}^1 (Table 3.3).

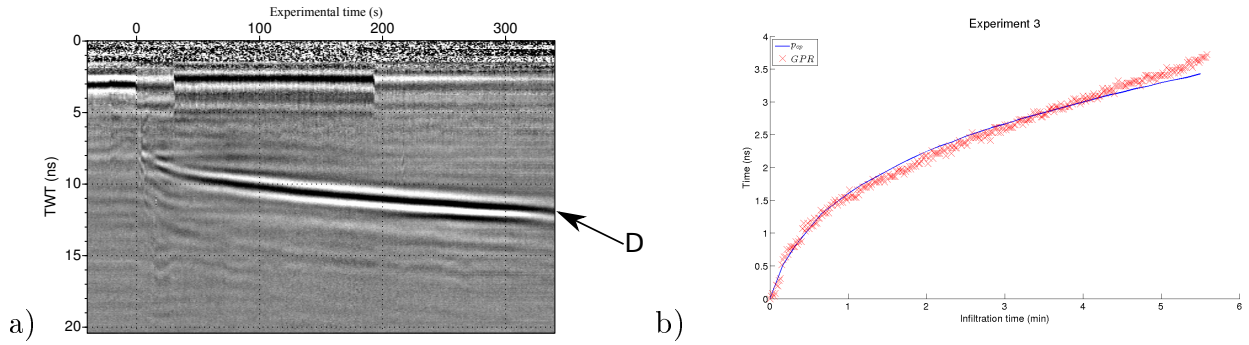


FIGURE 3.10 – Experiment 3 : a) Experimental radargram acquired in the field. b) Comparisons of TWT from the wetting front obtained i) from reflection D in the experimental radargram, ii) with modeling using p_{op}^3 (Table 3.3).

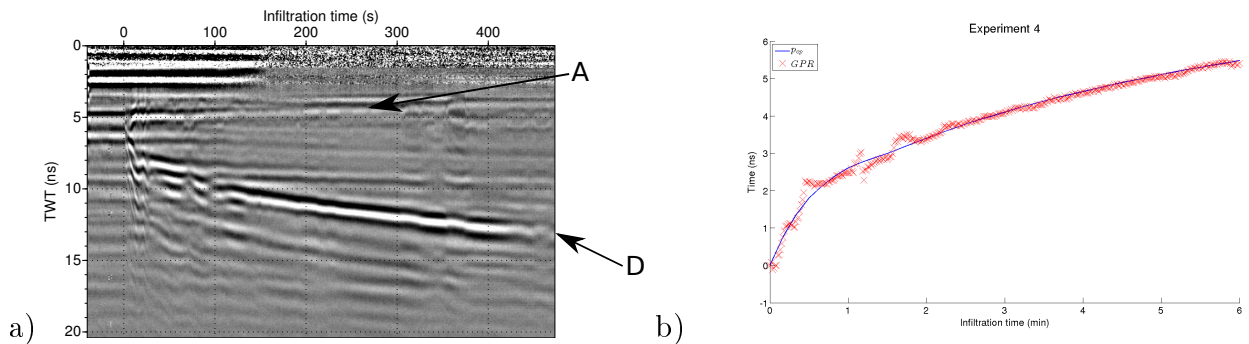


FIGURE 3.11 – Experiment 4 : a) Experimental radargram acquired in the field. b) Comparisons of TWT from the wetting front obtained i) from reflection D in the experimental radargram, ii) with modeling using p_{op}^4 (Table 3.3).

	Experiment	Date (M/Y)	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n	K_s (cm min ⁻¹)	θ_i (cm ³ cm ⁻³)	(RMSE) (ns)
p_{op}^1	Exp.1	06/14	0.052	0.329	0.0205	6.375	0.06	0.07	0.05
p_{op}^2	Exp.2	09/14	0.061	0.36	0.023	7.30	0.113	0.07	0.11
p_{op}^3	Exp.3	09/14	0.05	0.32	0.029	5.15	0.087	0.06	0.12
p_{op}^4	Exp.4	09/14	0.044	0.38	0.024	6.51	0.24	0.05	0.16
p_{op}^5	Exp.5	09/14	0.054	0.33	0.016	5.22	0.29	0.10	0.18

TABLE 3.3 – Hydro-dynamical M-vG parameter sets p_{op}^{1-4} optimizing field GPR data monitoring 10 cm-constant head infiltrations.

The inverted sets were all determined with the same procedure as p_{op}^1 with more or less 6 minutes of GPR monitoring. The water retention curves obtained from the 5 GPR experiments are compared on Figure 3.12 to the curves obtained from water hanging column laboratory experiments.

3.6 Discussion

We compared the inverted sets obtained from infiltration experiments performed at 30 cm depth with the water hanging column data obtained on samples taken from the surface down to 50 cm because the bulb is developing above and below the bottom of the vertical hole and the EMG wave propagates in the whole volume of soil down to 50 cm. The hydrodynamic parameters obtained by our method should be a mix between parameters above and around the infiltration bulb since we use a homogeneous hypothesis, considering the infiltration as axi-symmetrical.

The results presented in Table 3.2 for the numerical case allow us to argue that our inversion algorithm does not create large variability on M-vG parameters. The largest variability is observed for parameter θ_r . Based on these results, we based the following discussion on the fact that the variability observed between parameter sets is mainly due to the variability.

Using Tables 3.1 and Tables 3.3 and Figure 3.12, we see that data obtained in the laboratory on soil core samples are within the range of those inverted using our GPR field method. In addition, we observe that the variability exhibited by our measurement is typically within the range of soil variability. Although different parameter sets are obtained, they are consistent with each other and are expected for this type of Fontainebleau sand soil. These differences arise mainly because experiments were not done the same day nor on the same sites, so that spatial variability can explain the observed differences between the replicates. As stated in the introduction, spatial variability is observed in many studies and is expected in such field study [Romano, 1993, Mzuku *et al.*, 2005, Shouse *et al.*, 1995].

Figure 3.12 shows the difficulty to fit the θ_s parameter. This might be due to the fact that the M-vG parameters determined from the water hanging column experiments were

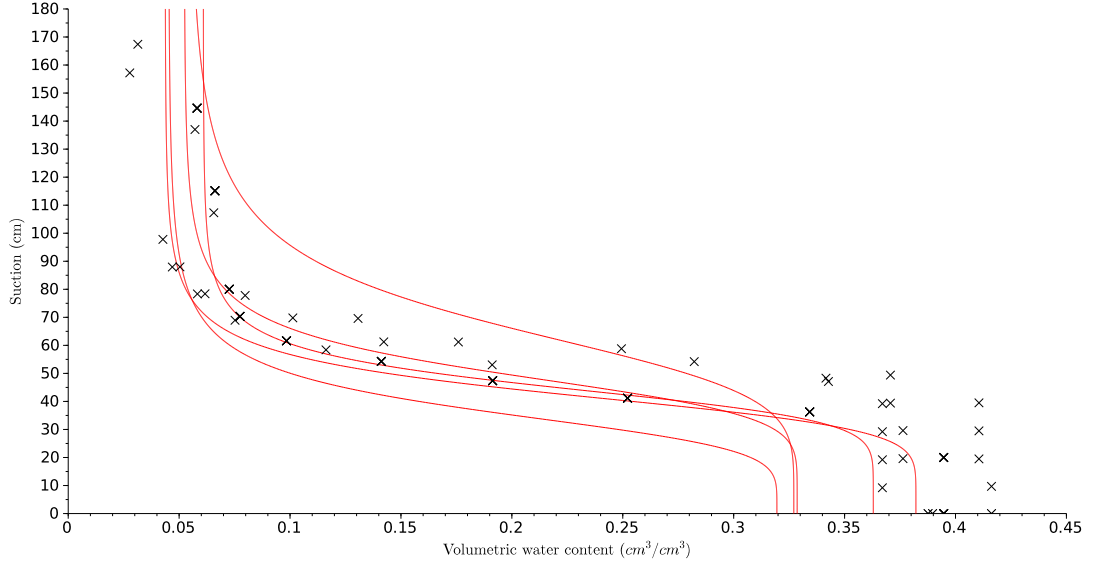


FIGURE 3.12 – Water retention functions. Crosses represent laboratory values obtained on soil cores using water hanging column method (Table 3.1). Plain curves represent the vG curves using the sets of parameters obtained for the different GPR experiments (Table 3.3).

obtained from reconstituted samples. Even if these samples were made respecting the field bulk densities, their small volume (250 cm^3) does not represent the whole field variability present at larger scale. In addition, the M-vG parameters were obtained fitting a single drainage curve whereas on the field, the infiltrations imply wetting processes. Taking into account that the saturated water content is usually larger when the retention curve is estimated from a drainage experiment than when it is estimated from an imbibition experiment, we conclude on the good fitting of the θ_s parameter.

During our modeling, we considered an homogeneous and isotropic soil. However, real soils exhibit heterogeneities, triggering preferential flows. Even in the case of Fontainebleau sand, differences in packing and compaction could lead to the creation of preferential flow paths. One of the ways to resolve this issue could be to use a dual porosity model [Gerke and van Genuchten, 1993] and a stochastic procedure to generate a high number of soil models with different parameters, and perform statistical analysis on the obtained set of parameters.

An other inevitable issue, working with GPR, arises from the dispersion of the electromagnetic signal because of soil electrical conductivity. The penetration of the EMG wave will decrease with increasing electrical conductivity, which clearly indicates the difficulty to work with high clay content soils. In addition, since we are working with water we should take into account Debye dispersion, especially in the perspective of applying full waveform inversion, in order to constrain more the M-vG parameters.

3.7 Conclusion

The results presented above indicate clearly that a commercial surface GPR can be used as a tool for monitoring the wetting bulb in sandy soils during borehole infiltration. Although the use of surface-based GPR data to monitor borehole infiltration is not new [Saintenoy *et al.*, 2008], our method gave in a single experiment accurate values of all the M-vG parameters θ_r , θ_s , α , n , K_s and the initial volumetric water content θ_i , comparable to those obtained with disk infiltrometer and water hanging column measurements.

Chapitre 4

Evaluating water retention hysteresis in a large sand column using surface GPR¹

4.1 Abstract

This chapter presents laboratory experiments using surface Ground Penetrating Radar (GPR) measurements to monitor hysteresis of the water retention function of a sand. A GPR system monitored the volumetric water content changes in a large sand column submitted to different hydraulic heads applied at its bottom during one cycle of drainage followed by imbibition. The average velocity of the electromagnetic waves measured during drainage was consistently smaller than the one measured at the same applied charge during imbibition. This was attributed to the hysteresis of the sand water retention curve. Coupled hydrodynamic and electromagnetic modeling was used to estimate the hydrodynamic parameters of the sand from GPR reflection two-way travel times. The optimized parameters were compared to those obtained with classical laboratory methods.

4.2 Introduction

Understanding water status and transport in the vadose zone requires accurate knowledge of the water retention function, $\theta(h)$, of the vadose zone materials as well as their hydraulic conductivity function, $K(h)$. The first one relates water pressure head, h , with volumetric water content, θ , while the latter makes the link between hydraulic conductivity and volumetric water content or pressure head. This classical definition of the hydrodynamic functions assumes that h is a unique function of θ . However, as first pointed out by Haines [1930], this assumption is not valid because of hysteresis phenomena.

1. This chapter is adapted from Léger, E., Saintenoy, A., Coquet, Y., and Tucholka, P., Evaluating water retention hysteresis in a large sand column using surface GPR, *Water Resour. Res.*, Submitted

The basis of hysteresis theory, first observed in magnetism and adsorption on solids, was set in the works of Néel [1942, 1943], Everett and Whitton [1952], Everett [1954, 1955] and Preisach [1935]. Everett [1955] and Enderby [1955] developed in parallel the independent domain theory, which was later suggested to be applicable to soils capillary hysteresis by Collis-George [1955]. The assumption behind the independent domain theory of soil-water hysteresis is that the pore space can be divided into discrete pores, each of which drains and fills independently of the state of other pores. The first published account of capillary hysteresis in terms of independent domains was performed by Poulovassilis [1962], through experiments on glass bead materials. He observed hysteresis in the water retention function depending on wetting or drying processes and found good agreement between measurements and expected values from the independent domain theory. His results were pursued with success in sands by Poulovassilis [1970] and Talsma [1970]. However, disagreement between theory and experiments was also reported for glass bead material [Topp and Miller, 1966, Morow and Harris, 1965], for sand [Vachaud and Thony, 1971], for sandy loam [Topp, 1969] and for silty loam and clay loam [Topp, 1971]. These studies suggest that independent domain theory applies only to data obtained during static-equilibrium or steady state flow conditions but fails to depict hysteresis properly in case of unsteady flow [Topp, 1971].

Following Topp's conclusion, Mualem [1973] improved and developed a new formalism based on the similarity hypothesis [Philip, 1964]. This hypothesis is based on the assumption that the pore water distribution function can be described as a product of two independent functions, the pore opening radii distribution and the pore body radii distribution. This new formalism resulted in a succession of papers [Mualem, 1973, 1974, Mualem and Dagan, 1975, Mualem, 1977] where Mualem's formalism of hysteresis was improved. These works gave the basis of the currently known Mualem's theory of hysteresis, finally developed and published in 1984 [Mualem, 1984].

In parallel to the models presented above, qualified as conceptual, empirical models have been proposed based on fitting water retention curves data. They are defined for specific types of soils and do not claim general validity because their derivation is not based on a physical representation of hysteresis. In the present study, we will use the empirical model of Kool and Parker [1987], based on the scanning model of Scott *et al.* [1983], applied to sand.

The knowledge of water physical state in soil is a required information to understand what are the hydrostatic and the hydrodynamic processes in soils. While methods exist for sampling directly the vadose zone, they are disruptive and can rarely, if ever, provide the sampling rate (spatial or temporal) required to fully understand the complex, interrelated processes that operate in this zone. Advances in electronics in the past thirty years have significantly reduced the costs and improved the acquisition rates of geophysical methods. Their non-invasive nature makes them highly suitable for studying the vadose zone. Among them, electrical resistivity [Zhou *et al.*, 2001, Goyal *et al.*, 2006] and electromagnetic [Sheets and Hendrickx, 1995, Akbar *et al.*, 2005] measurements such as Nuclear Magnetic Resonance (NMR) [Knight *et al.*, 2012] and Ground Penetrating Radar (GPR) [Huisman *et al.*, 2003] are the most commonly used. They provide physical properties, such as electrical conductivity, NMR relaxation time constants and dielectric permittivity. These parameters are highly sensitive to soil's components, soil structure,

bulk density and water content.

Few studies deal with geophysical measurements as data to be fitted to quantify the hysteresis of water retention and hydraulic conductivity functions.

Knight [1991] conducted laboratory measurements of the resistivity of sandstone samples during imbibition and drainage. She found that the resistivity measured during imbibition was consistently less than the one measured at the same saturation during drainage. She attributed this difference to the presence of electrical conduction at the air/water interface and concluded on the dependence of the geophysical properties on saturation history. This first study on the effect of pore-scale fluid distribution on the electrical behavior during imbibition and drainage was followed by several other studies [Knight and Abad, 1995, Fleury and Longeron, 1998, Moss *et al.*, 1999].

Lai *et al.* [2006] gave a GPR evidence of hysteresis of soil water functions. They acquired GPR measurements over soil and asphalt at various degrees of saturation. Their data exhibited dielectric hysteresis for both soil and asphalt, depending on drying or wetting processes. More recently Weihnacht and Boerner [2014] performed a GPR monitoring of the water content in a high rectangular Plexiglas[®] tank filled with homogeneous sand. They used transmission radar data, one antenna on each side of the tank, at different depths to obtain the volumetric water content during a moving water table experiment. The obtained data showed different water retention function for drainage and imbibition of the sand.

In preceding studies [Saintenoy *et al.*, 2008, Léger *et al.*, 2014], we showed that surface GPR in a static position can monitor water infiltration in sand and that inversions of observed reflection travel times allowed to retrieve the hydraulic functions described by the Mualem-van Genuchten (M-vG) model [Mualem, 1976, van Genuchten, 1980]. In the present study, we apply this inversion method to obtain the M-vG parameters characterizing separately the drainage and the imbibition water retention curves. To achieve this goal, we first set up numerical experiments to test the possibility of characterizing hysteresis from GPR data acquired with commercial antennae placed at the top of a soil column subjected to water table variations. We provided an inversion of the synthetic data to obtain the M-vG parameters characterizing independently the retention functions for drainage and imbibition. Finally we designed a laboratory experiment and inverted experimental GPR data to retrieve the different hydraulic properties in drainage or wetting conditions of a large sand column. We compared these results with the M-vG parameters estimated from classical laboratory experiments such as water hanging column [Dane and Hopmans, 2002] and falling head experiments.

4.3 Background

4.3.1 Soil hydraulic functions

The soil hydraulic functions can be described by several mathematical expressions [Kosugi *et al.*, 2002] requiring a different number of parameters depending on the chosen model.

For the $\theta(h)$ relationship, one of the largest groups of models represented in the literature, is the power function model of the form :

$$(1 - S_e^{-a})^b S_e = \alpha h, \quad (4.1)$$

where $S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$ is the effective saturation, θ_s is the volumetric saturated water content, θ_r the volumetric residual water content, and α (>0), a and b , are fitting parameters. Many models based on this power form have been proposed to fit water retention data, such as those presented in Gardner [1958], Brooks and Corey [1964], Fredlung and Xing [1994] and van Genuchten [1980] among others.

In this study we used the equation from van Genuchten [1980],

$$S_e = (1 + (\alpha h)^n)^{-m}, \quad (4.2)$$

where α is related to the soil water matric potential at the inflection point of the $\theta(h)$ curve. The two dimensionless fitting parameters, n and m , are linked by

$$m = 1 - \frac{k}{n}, \quad (4.3)$$

with $n > k$ [Haverkamp *et al.*, 2005, Leij *et al.*, 2005]. For simplicity reasons, k takes integer values which correspond to different models giving closed form analytic expressions for the hydraulic conductivity functions. The case $k = 1$ corresponds to the model of Mualem [1976], while $k = 2$ gives the conductivity model of Burdine [1953]. Using $k = 1$, the hydraulic conductivity function is written as

$$K(\theta) = K_s S_e^\lambda \left[1 - \left[1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right]^{\frac{n-1}{n}} \right]^2, \quad (4.4)$$

with K_s the saturated hydraulic conductivity and λ , a parameter accounting for pore tortuosity. Then, in order to describe the water flow in the unsaturated zone, considering no hysteresis, equations (4.2) and (4.4) require the determination of 6 parameters θ_r , θ_s , n , α , K_s and λ .

4.3.2 Hysteresis of the water retention function

A schematic representation of hysteresis for the soil water retention curve is presented in Figure 4.1. The boundary hysteresis loop, from saturation to complete dryness, consists of the main drying (red) and main wetting (green) curves, following the model of van Genuchten [1980]. In this theoretical representation, the main drying curve is described by the van Genuchten parameter vector, $vG^d = \{\theta_r^d, \theta_s^d, n^d, \alpha^d\}$. The main wetting curve is described by $vG^w = \{\theta_r^w, \theta_s^w, n^w, \alpha^w\}$. Considering only the hysteresis on the water retention function, we are left with a total of eight unknown parameters to determine.

On the basis of the work of Šimunek *et al.* [1999], we will assume

$$\theta_r^w = \theta_r^d = \theta_r, \quad (4.5)$$

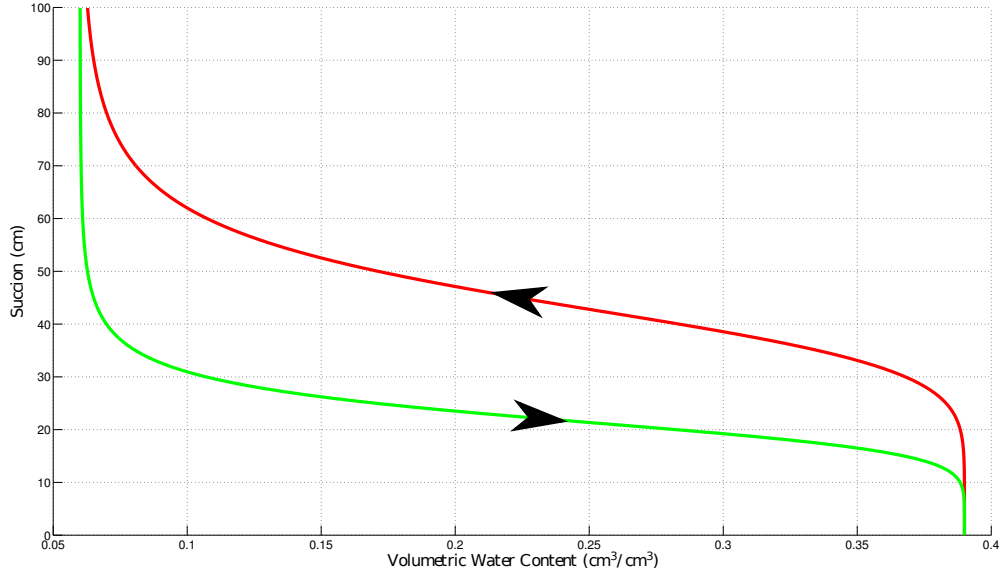


FIGURE 4.1 – The red curve is the main drying curve, the green is the main wetting curve. The black arrow symbolizes the direction of the cycle. The hysteresis is only determined by the α parameters, with $\alpha_w = 2\alpha_d$, see Table 4.1.

$$\theta_s^w = \theta_s^d = \theta_s, \quad (4.6)$$

and

$$n^w = n^d = n. \quad (4.7)$$

The two first conditions imply that changes in the volume of entrapped air during re-wetting due to temperature differences are disregarded [Hopmans and Dane, 1986]. The last condition imposes that the curvature of the two water retention functions are similar. Imposing these constraints has the advantage of further reducing the number of model parameters, but will obviously result in some loss of flexibility in describing the hysteresis of the water retention function, since the main drying and main wetting curves differ only by their α values.

The scanning curves were calculated using the model of Scott *et al.* [1983]. It assumes that the shape parameters for all drying scanning curves are the same as those for the main drying curve and similarly that the shape parameters for all wetting scanning curves are the same as those for the main wetting curve. Scanning curves are then calculated by varying the residual and saturated water contents for the wetting and drying scanning curves, respectively. Further information about the formalism is presented in Kool and Parker [1987].

4.3.3 Electromagnetic wave velocity as a function of soil dielectric properties

Surface GPR consists of two antennae, being electric dipoles, positioned on the surface of the medium to be sounded. The transmitting antenna emits short pulses of spherical electromagnetic (EMG) waves in response to an excitation current source. The receiving antenna converts the incoming EMG fields to electrical signals. Following the work of Annan [1999], the velocity of an electromagnetic wave propagating in a non-magnetic soil, with low electrical conductivity, is

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon'}} , \quad (4.8)$$

where ε' denotes the real part of the relative dielectric permittivity and c denotes the velocity of EMG waves in air (0.3 m/ns).

4.3.4 Petrophysical relationships

A petrophysical relationship linking dielectric permittivity to water content is needed to interpret GPR measurements. The bulk soil has a frequency-dependent relative dielectric permittivity ε_b , expressed by a complex number separating real part from the loss factor represented by the imaginary part, defined as :

$$\varepsilon_b = \varepsilon'_b(f) - i \left[\varepsilon''_b(f) + \frac{\sigma_b}{2\pi f \varepsilon_0} \right] , \quad (4.9)$$

where f is the frequency, $\varepsilon'_b(f)$ the real part of soil dielectric permittivity, $\varepsilon''_b(f)$ the imaginary part, called the relaxation loss, and σ_b the bulk soil electrical conductivity leading to conductivity losses. ε_0 is the permittivity of free space. In the literature, models are divided into four categories : effective-medium, empirical, semi-empirical and volumetric models [Alharthi and Lange, 1987, Knoll, 1996, Shivila, 1999]. We used the volumetric CRIM model [Birchak *et al.*, 1974, Roth *et al.*, 1990], where the relative dielectric permittivity of the porous geological material, ε_b , is a function of the material porosity, its state of saturation and the respective permittivity of each of its individual constituents. The soil we used for our laboratory experiments was a Fontainebleau sand. Using the CRIM relationship for a tri-phasic medium composed of water, air and silica, we obtain

$$\varepsilon_b^\gamma = \theta \varepsilon_w^\gamma + (1 - \phi) \varepsilon_s^\gamma + (\phi - \theta) \varepsilon_a^\gamma , \quad (4.10)$$

where ε_w , ε_s and ε_a are respectively the dielectric permittivity of water, silica and air and ϕ the porosity. γ is an empirical coefficient that depends on soil structure, set to 0.5 in this study. The dielectric permittivity of air is real and its value is set to be the same as in vacuum, thus its relative permittivity is equal to 1. We assumed that the solid phase was non conductive and therefore its dielectric permittivity was independent of frequency. The permittivity of water ε_w is a function of frequency and conductivity, and is expressed by the Debye equation [Debye, 1929] :

$$\varepsilon_w = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty}{1 + i \left(\frac{f}{f_{rel}} \right)} - \frac{i \sigma_w}{2\pi f \varepsilon_0} , \quad (4.11)$$

in which $\varepsilon_\infty = 4.9$ is the high-frequency limit of the real dielectric permittivity, ε_0 is the permittivity of the free space, $\varepsilon_{st} = 80.088$ the static value of the real dielectric permittivity of water at 20°C [Klein and Swift, 1977], f_{rel} the relaxation frequency of water (17.113 GHz) [Heimovaara, 1994] and σ_w is the ionic conductivity of water. We further assumed that there was no loss due to the bound water, or at least it was negligible for the soil we used.

The soil bulk conductivity was computed using the Rhoades' equation [Rhoades *et al.*, 1976] :

$$\sigma_b = (c_1\theta^2 + c_2\theta)\sigma_w, \quad (4.12)$$

where c_1 and c_2 are calibration parameters specific for the soil. We used tap water with an electrical conductivity of $500 \mu S cm^{-1}$. c_1 and c_2 parameters were determined by Schneider [2010] as $c_1 = 1.1$ and $c_2 = -0.05$ for a Fontainebleau sand.

4.3.5 Hydrodynamical modeling

In this study, we considered one-dimensional vertical soil water flow, described by the equation [Richards, 1931] expressed in terms of water content as

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \frac{dh}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right], \quad (4.13)$$

where $K(\theta)$, and $\theta(h)$ are described by the Mualem-van Genuchten model, presented in equations (4.2) and (4.4).

We used the Hydrus-1D code [Šimunek *et al.*, 2008] to solve this equation, with variable boundary conditions at the bottom of the sand column and an atmospheric boundary condition at the top. The considered media was divided into horizontal layers thin compared to the shortest wavelength of the electromagnetic waves propagating through it.

4.3.6 Electromagnetic modeling

Finite difference time domain

Numerous techniques are available for simulating GPR data, such as ray-based methods (e.g. Cai and McMechan [1995] or Sethian and Popovici [1999]), time-domain finite-difference full-waveform methods (e.g. Kunz and Luebbers [1993] or Kowalsky *et al.* [2001]), or the Finite Differences Time Domain (FDTD) method (e.g. Irving and Knight [2006]). We used the GprMax2D code [Giannopoulos, 2005], which uses FDTD modeling to solve Maxwell's equations in 2 dimensions. The synthetic radargrams presented below have been simulated using GprMax2D.

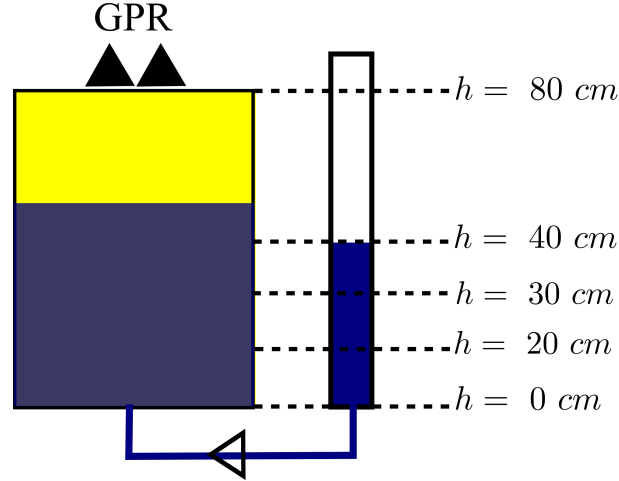


FIGURE 4.2 – Draft of the numerical experiment. The tank is 80 cm high and filled with sand. The unfilled arrow represents the transient state.

1D velocity modeling

To avoid time-consuming GprMax2D modeling in our inversion algorithm, we computed the Two Way Travel Time (TWT) of the bottom reflection assuming a 1D propagation through a stack of 5 mm thick layers. The electromagnetic wave velocity inside each layer was computed with equation (4.8) taking the dielectric permittivity value defined by equations (4.10) and (4.11), with the water content distribution modeled by HYDRUS-1D. We took into account the dispersion of the wave due to the Debye relaxation phenomena, evaluated for the maximum frequency of the considered reflection.

4.4 Numerical experiment

4.4.1 Set-up

We considered a homogeneous cylindrical medium (80 cm height and 60 cm diameter), with hydrodynamic properties typical of fine sand. A transmitter (emitting a Ricker wavelet centered on 1000 MHz) and a receiver were positioned at the column surface. The draft of the apparatus is presented in Figure 4.2. The tube on the right indicates the different water table levels set during the numerical experiment. The two triangles symbolize the GPR transmitter and receiver. A very thin layer of Perfect Electrical Conductor (PEC) was positioned at the bottom of the sand column. At the initial state, the water level was set at the top of the column, corresponding to $h_0 = 80 \text{ cm}$. Then different hydraulic charges were applied to the bottom of the cylinder. Two types of experiment were conducted : i) a multi-step experiment where we applied successively $h_1 = 40 \text{ cm}$, $h_2 = 30 \text{ cm}$, $h_3 = 20 \text{ cm}$, $h_4 = 0 \text{ cm}$, $h_5 = h_3$, $h_6 = h_2$, $h_7 = h_1$ and $h_8 = h_0$ at $t = [0; 1000; 3000; 5000; 7000; 10000; 12000; 14000; 16000]$ seconds, and ii) a one-step experiment where the charges applied to the bottom of the cylindrical medium were $h_1 = 0 \text{ cm}$ and $h_2 = h_0 = 80 \text{ cm}$ at $t = [0; 1000; 6000]$ s.

	θ_r (cm ³ .cm ⁻³)	θ_s (cm ³ .cm ⁻³)	α^d (cm ⁻¹)	α^w (cm ⁻¹)	n	K_s (cm/min)	λ	$\log_{10}(\text{RMSE})$ ($\log_{10}(\text{ns})$)
p_{in}	0.06	0.39	0.023	0.046	6.71	1	0.5	-
multi-step - charges = [80; 40; 30; 20; 0; 20; 30; 40; 80] cm								
p_{op}^1	0.056	0.39	0.0233	0.047	6.27	1	0.58	-7.57
one-step - charges = [80; 0; 80] cm								
p_{op}^2	0.047	0.39	0.023	0.05	6.17	1.04	0.54	-7.00

TABLE 4.1 – Hydraulic parameters for the numerical experiments. p_{in} is the set of parameters used as input to generate the radargrams presented in Figures 4.4-a) and 4.4-b). The set of parameters optimized by the SCE-UA global method is p_{op}^1 in the multi-step case and p_{op}^2 in the one-step case.

A water content profile was computed at each experimental time step using Hydrus-1D with the M-vG parameters p_{in} presented in Table 4.1. The hysteresis effect was fully represented by the parameter α , taking $\alpha_w = 2\alpha_d$ according to Kool and Parker [1987] and Šimuněk *et al.* [1999]. The two water retention functions (wetting and drying curves) corresponding to the parameters p_{in} are shown on Figure 4.1. Arrows symbolize the direction of the cycle, first drainage then wetting. The GPR antenna set at the top was used to monitor the water content of the sand, using the TWT of the reflection on the PEC surface at the bottom of the tank.

4.4.2 Forward modeling

1D velocity modeling

The water content profiles generated at each experimental time step were converted to permittivity profiles using relations (4.10) and (4.11). The TWT of the PEC reflection was computed using the 1D velocity algorithm. Figure 4.3 displays the TWTs obtained when varying the water table levels with the multi-step protocol (a), and the one-step one (b). In both cases, we present the TWTs obtained from the simulated water content profile accounting for hysteresis in the water retention function following the model of Kool and Parker [1987] (red circles) and without hysteresis (blue curves). As expected, since the simulated water content profiles during drying and wetting cycles will be different for the same charges applied, the TWTs will be different as well. The major advantage of our experiments resides in making measurements during dynamical processes, without waiting for hydrostatic equilibrium. We see that the TWTs obtained during drainage do not reach the same TWTs obtained while the sand is wetting (Figure 4.3-a for $h = 30$ and 20 cm). Working under non-equilibrium allowed to decrease the whole experimental time.

Finite difference time domain

The water content distribution outputs from Hydrus-1D were used as inputs for the Gpr-Max2D code. The simulated GPR monitoring of the dynamic water level variation is

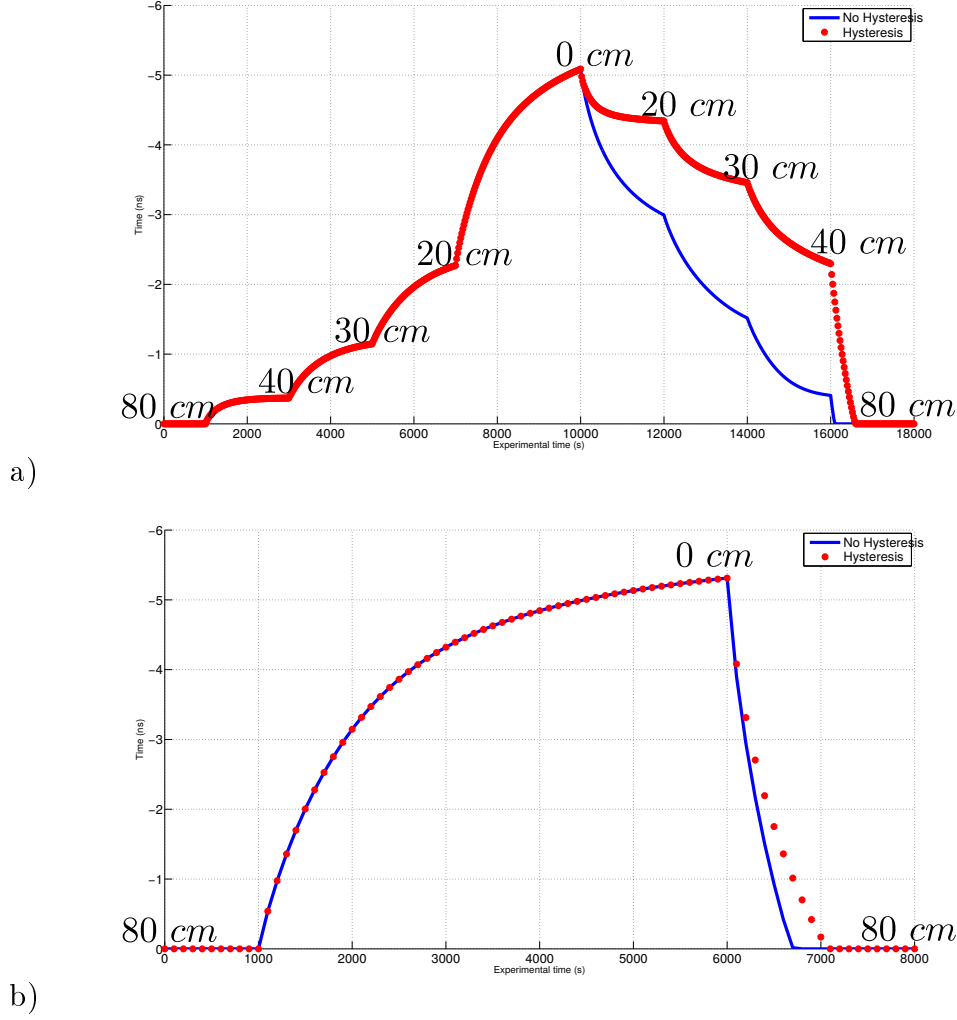


FIGURE 4.3 – TWT of the bottom tank reflection. a) : The charges applied at the bottom boundary condition were 80 cm (saturated)-40-30-20-0 cm, then re-wetting following the same steps. b) The charges applied were 80 cm (saturated)-0 cm, then re-wetting to 80 cm. Blue curves represent the TWT behavior without taking into account hysteresis effects, whereas the red circles are modeled using hysteresis. The parameters used for the hydrodynamical modelling are presented in Table 4.1.

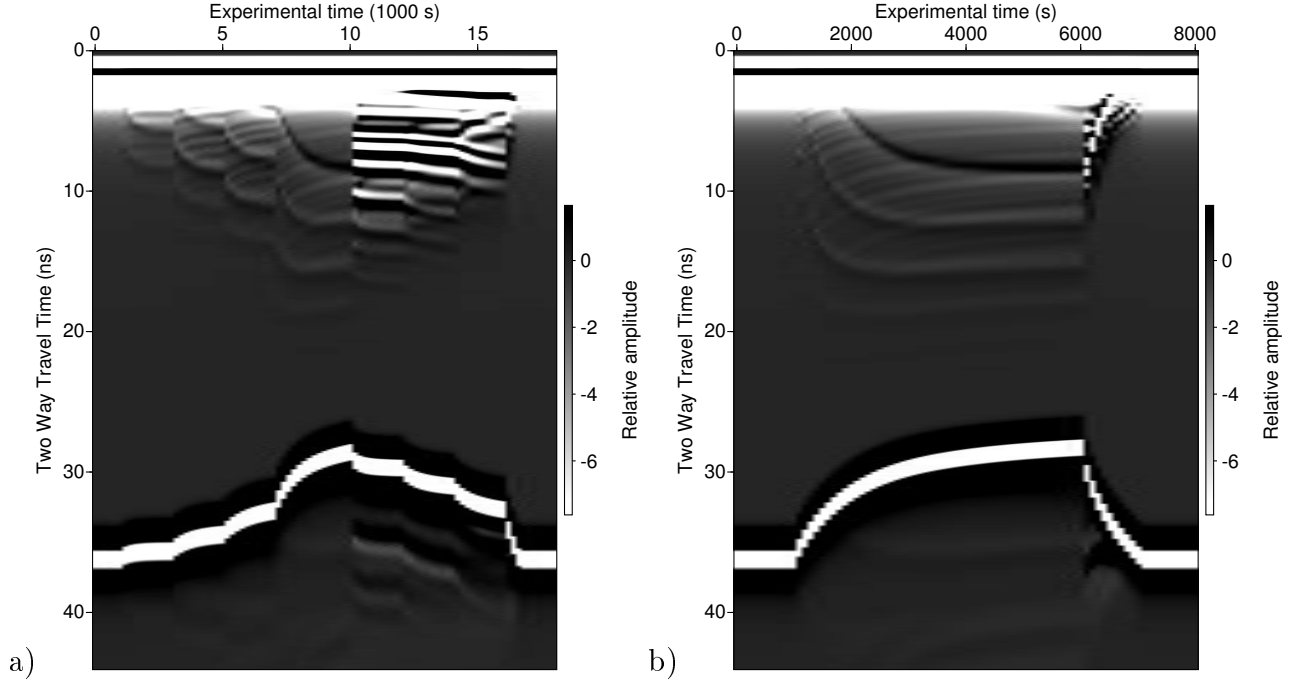


FIGURE 4.4 – Radargrams generated from the simulated water content profiles using GprMax2D : a) multi-step experiment, b) one-step experiment.

presented in Figure 4.4-a for the multi-step and 4.4-b for the one-step case. Because of relaxation and conductivity losses due to the presence of water, the frequency of the electromagnetic wave evolves through the media depending on the water content according to equations (4.10) and (4.11). The dominant frequency associated with the bottom tank reflection found between 25 and 40 ns will thus evolve with the applied charge. This is represented in Figure 4.4.3, where the maximum of the frequency associated with this reflection is presented for each experiment time step. On this figure, we display the picking of the maximum frequency as circles, the smoothing (10 points window averaging) we considered for the inversion (green line) and the qualitative TWT of the bottom reflection picked from the radargrams presented in Figure 4.4 (red line).

As expected, the drier the soil, the higher the frequency, becoming closer to the center frequency of the emitted signal, 1 GHz. Similarly, the wetter the soil, the more present the relaxation effects, and the smaller the frequency of the bottom tank reflection.

4.4.3 Inversion modeling procedure

We used the TWT of the bottom tank reflection observed on the GprMax-generated radargrams (Figure 4.4) as data to be fitted to get the set of M-vG parameter values $\mathbf{p} = \{\theta_r, \theta_s, \alpha_d, \alpha_w, n, K_s, \lambda\}$. The optimization used the Shuffled Complex Evolution (SCE-UA) algorithm [Duan *et al.*, 1992], by minimizing the objective function expressed as the Root Mean Square Error (RMSE) between the modeled and observed TWT of the bottom

tank reflection to be fitted. This RMSE is given by

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\tau_{xp}(t_j) - \tau_{mod}(t_j, \mathbf{p})]^2}, \quad (4.14)$$

where τ_{xp} is the radargram-measured TWT, generated with the hydrodynamic parameters \mathbf{p}_{in} at experimental time t_j , and τ_{mod} is the modeled TWT reflection at time t_j subject to the soil hydraulic parameter vector \mathbf{p} , and N the number of points used for comparisons, i.e. the number of considered experimental times t_j .

For each generated parameter set \mathbf{p} , we computed the TWT of the bottom tank reflection using the 1D velocity model. The frequencies used to compute the complex permittivity were these shown in Figure 4.4.3. This inversion modeling procedure is presented as a flow diagram in Figure 4.5, where the objective function is the RMSE. The optimal set of parameters \mathbf{p}_{op} is the one minimizing the objective function (Equation 4.14). Both sets of optimized parameters, for the one-step and multi-step experiments are presented in Table 4.1.

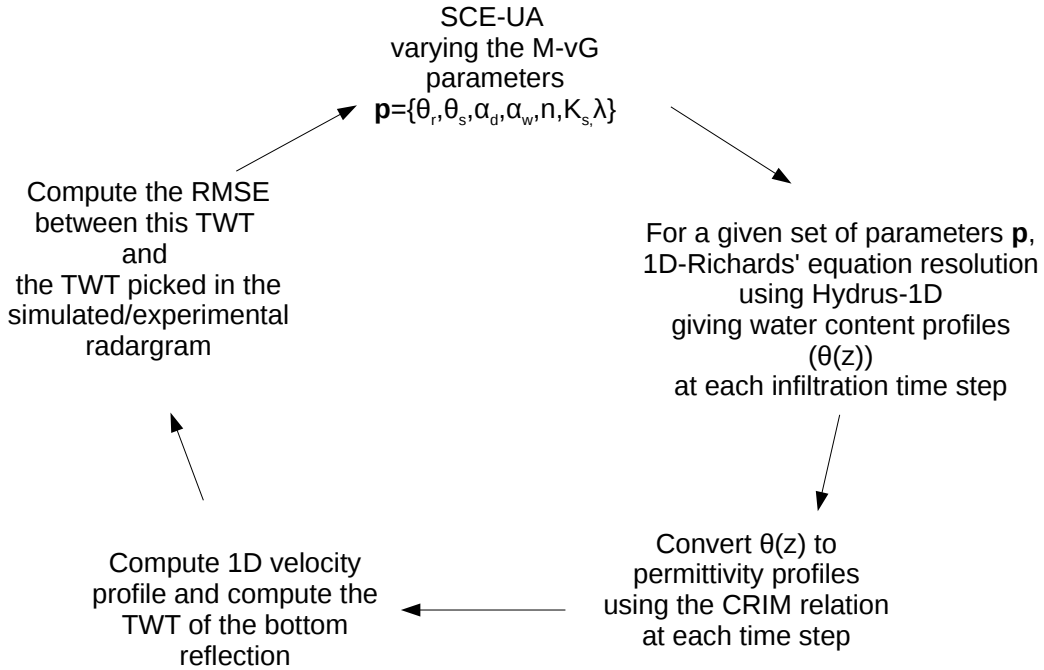
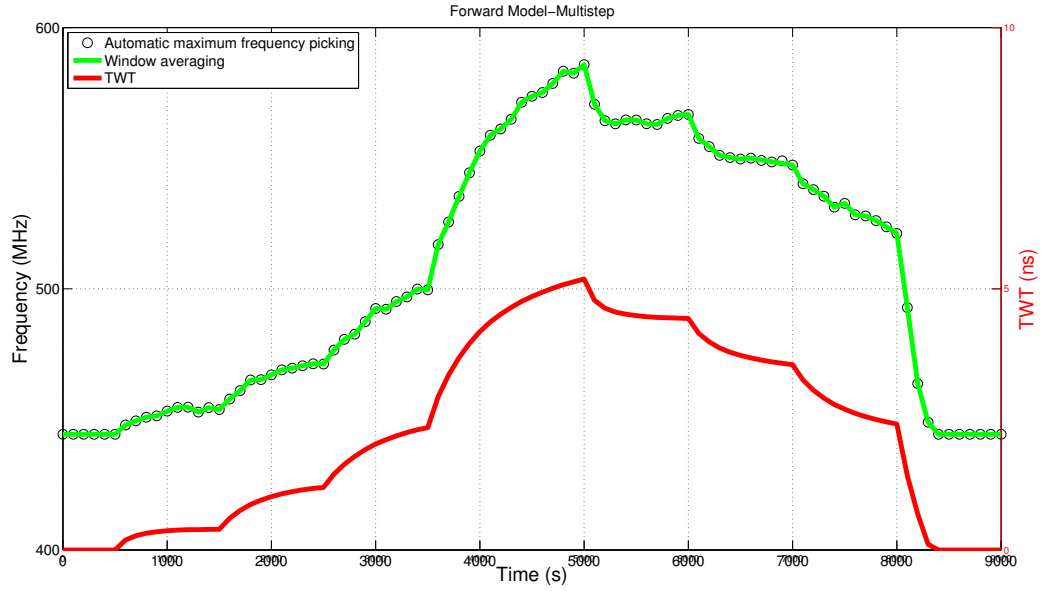
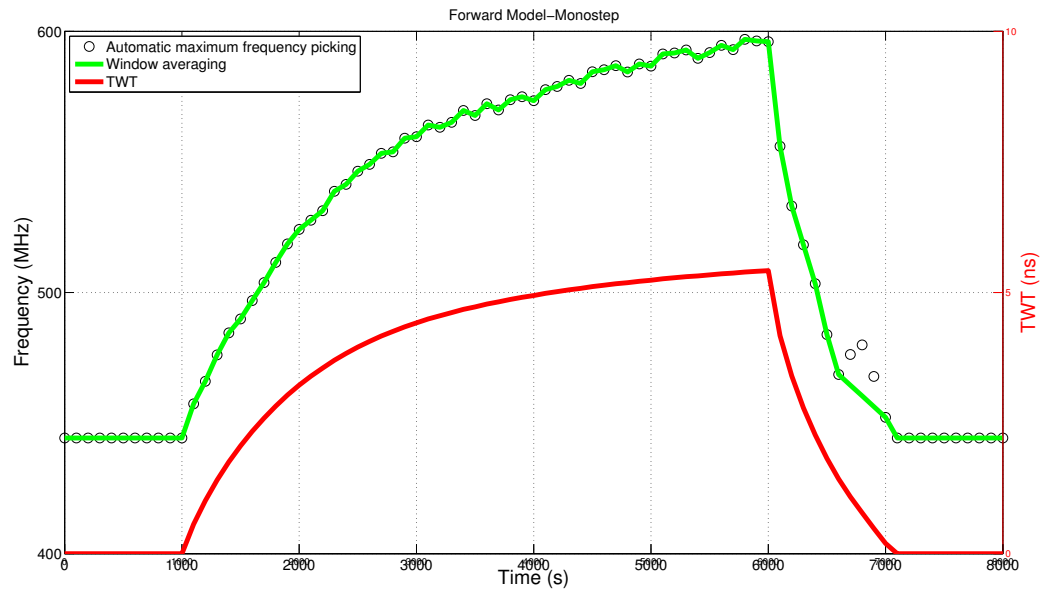


FIGURE 4.5 – Flow diagram of the inversion procedure. “SCE-UA” : Shuffled Complex Algorithm, “M-vG” : Mualem-van Genuchten, “CRIM” : Complex Refractive Index Method, “TWT” : Two Way Travel-time, “RMSE” : Root Mean Squared Error.



a)



b)

FIGURE 4.6 – Maximum frequency of the bottom tank reflection for a) multi-step and b) one-step experiment. Automatically picked maximum frequency from the signal at the bottom of the tank (circles), average window and correction of wrong phases picking (green plain line), TWT relative to the initial state (red line).

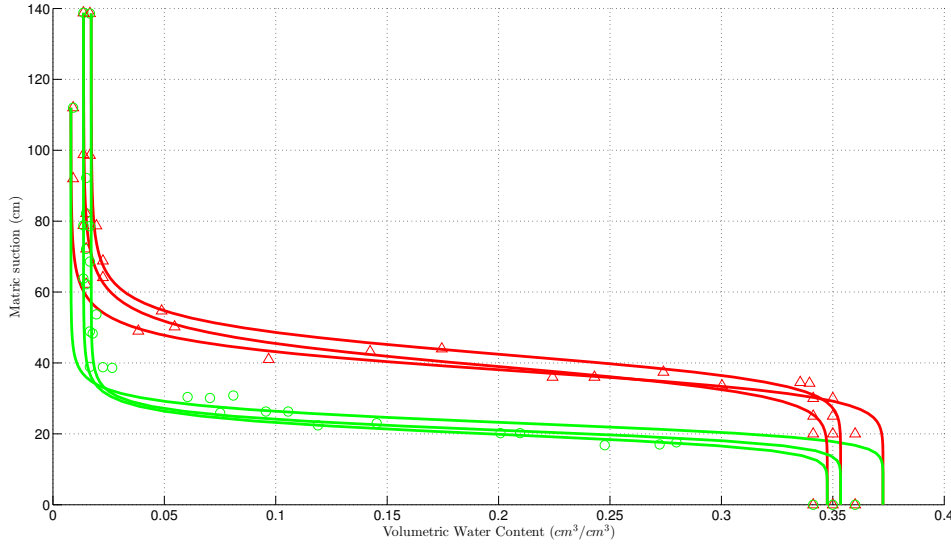


FIGURE 4.7 – Results of hanging water column experiments including a drying and wetting cycle. Samples were prepared with the same bulk density as the sand present in the cylindrical tank experiment. Red triangles : drying data ; green circles : wetting data. Plain curves represent the model fitting the data with the parameters p_{lab} in Table 4.2.

The agreement between input and optimized parameters is very good, and validate our inversion protocol and the ability to invert the M-vG parameters with hysteresis using on-ground surface GPR.

In this numerical example, we see that working under dynamical processes, without waiting for static equilibrium at each step, did not prevent us from retrieving Hanging Water Column (HWC) experiments [Dane and Hopmans, 2002]. We performed several WHC measurements on Fontainebleau sand cores (250 cm^3) samples packed at 1.67 g.cm^{-3} bulk density. The van Genuchten parameters obtained are presented in Table 4.2, under the label “Lab. meas.”. Figure 4.7 shows the retention curves data acquired from the WHC experiments. As expected for this type of soil, α_w was close to $2\alpha_d$. The WHC results confirmed that the n parameter could be considered as independent from drying or wetting processes, since the curvature of the water retention curves are very similar for the drying and the wetting branches.

The saturated hydraulic conductivity was determined on several 250 cm^3 soil core samples packed at 1.6 g/cm^3 using the UMS Ksat System [Umwelt-Monitoring-System] under constant head. The range of values obtained are presented in Table 4.2. The λ parameter was not determined, but its value was expected to be close to 0.5 for this type of sand [Mualem, 1976].

Granulometric determinations on the Fontainebleau sand used for the experiments showed that 13% of its grains had a diameter less than 0.25 mm and 98% less than 0.125 mm. Its average particle density was $2.8 \pm 0.1 \text{ g.cm}^{-3}$.



FIGURE 4.8 – Pictures of the experiments. On the left is presented the tank filled with water, with its overflow connections. Middle picture shows the tubing linking both tanks. The picture on the right displays the sand tank with the GPR set at the top with a load on it.

4.4.4 Experimental set-up

The experimental apparatus consisted of two cylindrical tanks (80 cm height and 60 cm diameter), one tank, T_s , filled with the Fontainebleau sand and the other one, T_w , filled with water at a level corresponding to the hydraulic charge. T_s was filled with 321 kg of sand, compacted manually in order to obtain a bulk density of $\rho_b = 1.7 \text{ g.cm}^{-3}$. The sand layer was put on top of a 5 cm gravel layer in order to drain and wet homogeneously the sand. To obtain a strong reflection at the bottom of the sand we put between the gravel layer and the sand a thin aluminum sheet, finely meshed, to let the water go through. Three pictures of the experimental set-up are presented in Figure 4.8. Figure 4.8-a shows T_w , where we see the holes used as overflow, to maintain the water table during drainage and where we see the green water supply pipe. T_s and T_w bottoms were linked through four independent plastic tubes with taps (Figure 4.8-b). Figure 4.8-c displays T_s with the antenna set at the top of the sand, maintained in position by a load. The white thin layer is the geo-textile enclosing the sand and piezometers were connected at the bottom of each tank to indicate the applied charge.

4.4.5 Experimental measurements

Four experiments were carried out using this experimental setup. For each experiment, the whole soil profile was initially water saturated in order to be on the main drainage curve during the first cycle. Both tanks were hydraulically separated by closing the taps on the linking tubes. The level of water was set to the desired level (for example 42 cm) in T_w using an overflow hole. Then the hydraulic contact between both tanks was established again, opening the taps. The water drained out of T_s was evacuated through the overflow hole

in T_w . This procedure was repeated for all steps during draining and wetting processes.

The radargram measured during a multi-step experiment is shown in Figure 4.9-a, and during a one-step experiment, in Figure 4.10-a. The horizontal axis is the experimental time in seconds, and the vertical axis is the TWT in nanoseconds. During the drainage and imbibition cycle, the direct wave signal evolves through time, due to the evolution of the media properties surrounding the antennae, which affects the coupling between soil and antennae. The reflection on the aluminum sheet at the base of the sand is arriving around 28 ns, other reflections are due to the tank limits. As expected the TWT of this reflection evolves with the water table level. In the multi-step experiment, the charges were changed at [800;1500;2000;2900] seconds for drainage and [4400;5200;5800;6800] seconds for re-wetting. On Figure 4.9-b we display the maximum frequency of the considered reflection. On this figure we display as well the TWT of this reflection, relative to its initial TWT when saturated. We see that the behavior of this reflection is comparable to the one we simulated, presented on Figures 4.3, 4.4 and 4.4.3. Despite the fact that we used a Malå Ramac antennae with a nominal frequency of 1.6 GHz, we clearly see that the center frequency is far from 1.6 GHz, due to antenna coupling and due to the Debye dispersion.

The graphics presented in Figure 4.10-a) and b) are the analog of Figure 4.9-a) and b) for the one-step experiment. The level of water is brought down to 0 cm from 71 cm (saturated) and then brought back to full saturation of the large tank. We see that the TWT of the bottom reflection on Figure 4.9-b) exhibits the same behavior as the simulated one presented in Figure 4.3-b).

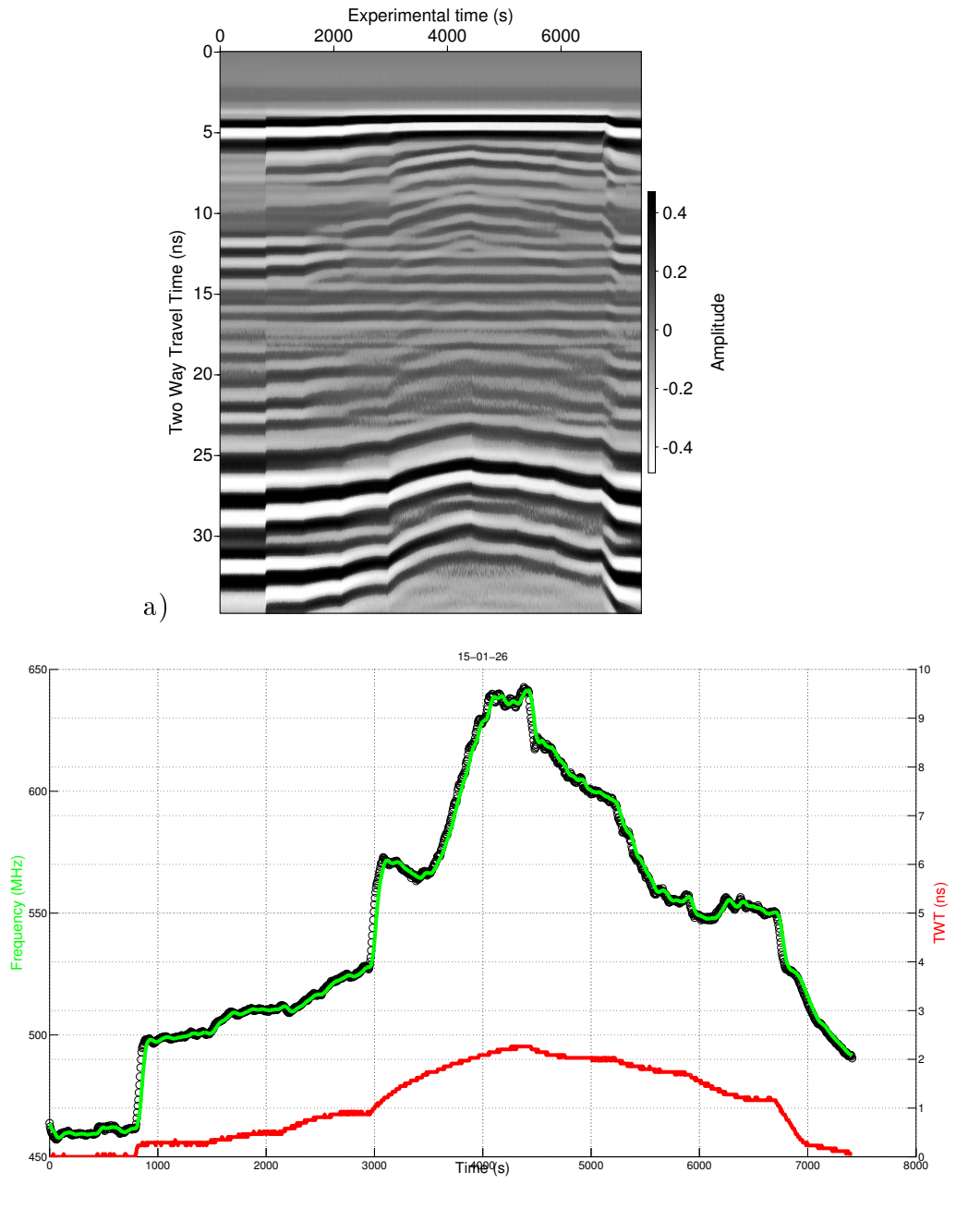
4.4.6 Inversion of experimental data

Using the same inversion loop as the one presented in the numerical case summarized in Figure 4.5, we inverted the experimental TWT data to obtain the hydrodynamic parameters of the considered soil. The parameters minimizing the RMSE (Eq. 4.14) between the simulated and the experimental data are presented in Table 4.2.

Two best TWT fitting models are compared to the experimental data on Figure 4.11-a) for the multi-steps case and Figure 4.11-b) for the one-step case. All the TWTs are given relative to the one obtained at full saturation. These comparisons show good agreements between our modeling and the experimental data and allow us to discuss on the physical meaning of the retrieved parameters in terms of soils hydrodynamic properties.

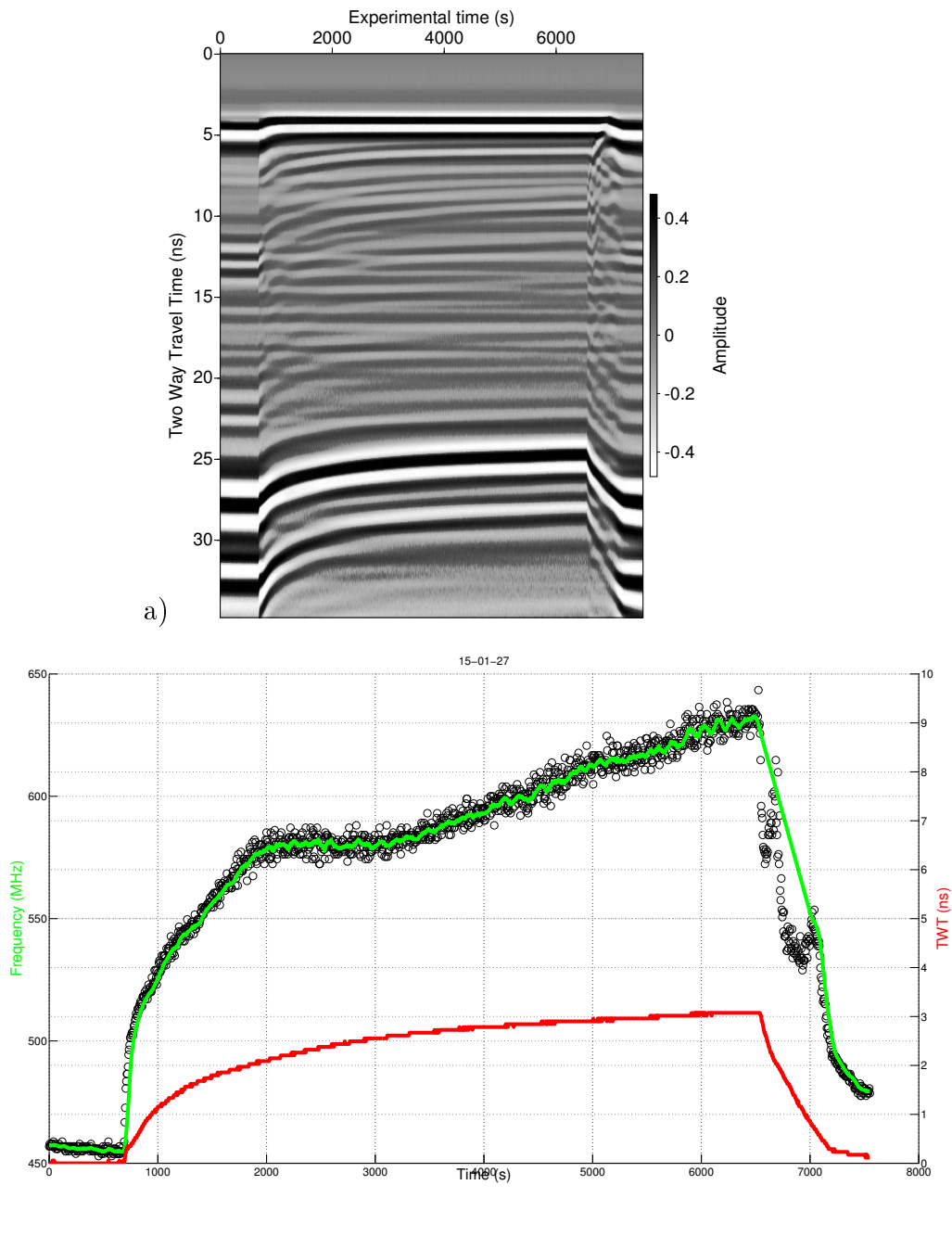
4.4.7 Experimental data and their analysis

The parameters obtained using the inversion of GPR data are compared with those obtained with classical laboratory experiments (WHC and Ksat) in Table 4.2. At first view, it appears that the different sets are consistent one with another, or alternatively said, there is no large deviation between the obtained sets. In general, for all GPR-obtained parameter sets, θ_r is overestimated, whereas n is underestimated. α_d and θ_s are well resolved, as well as α_w despite the “15-01-26” experiment giving a higher value. However, the



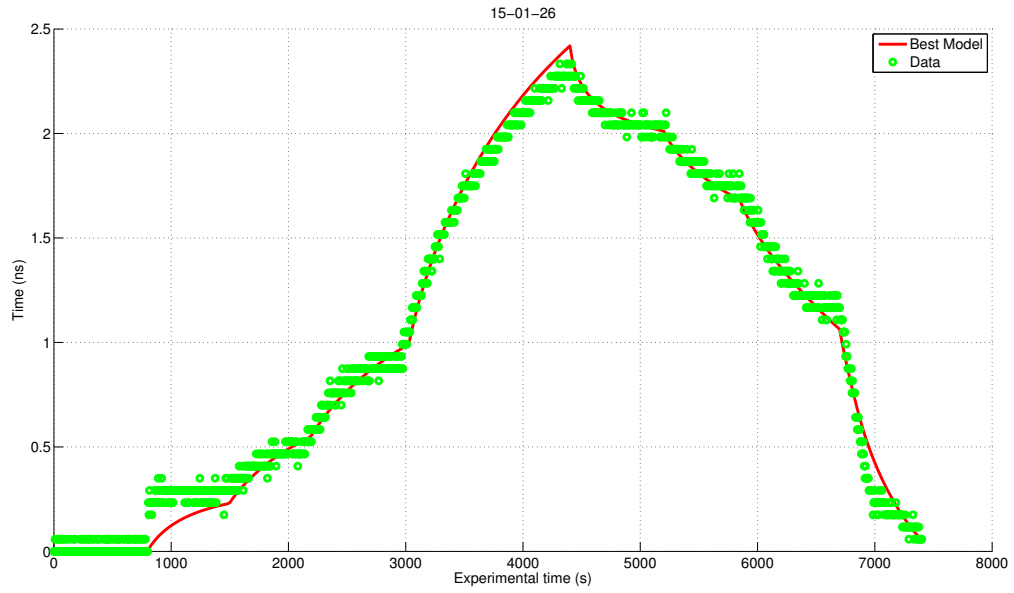
b)

FIGURE 4.9 – Multi-step experiment. a) Radargram acquired during the bottom charge variation experiment. The signal coming from the bottom of the tank is the one starting at 28 ns. The reflection coming after 30 ns corresponds to the bottom edges of the tank. The reflection at 12 ns corresponds to the top edges of the tank. b) Maximum frequency of the signal at the bottom of the tank (circles), window averaging (green plain line), TWT relative to the initial state (red line).

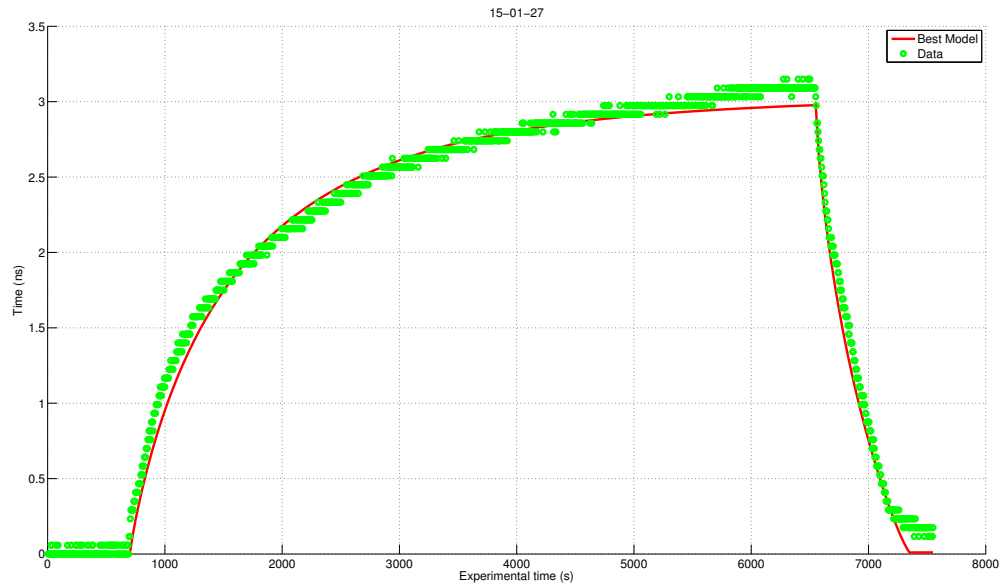


b)

FIGURE 4.10 – One-step experiment. a) Radargram acquired during the bottom charge variation experiment. The signal coming from the bottom of the tanks is the one starting at 28 ns. The reflection coming after 30 ns corresponds to the bottom edges of the tank. The reflection at 12 ns corresponds to the top edges of the tank. b) Maximum frequency from the signal at the bottom of the tank (circles), correction of wrong phase picking and window averaging (green plain line), TWT relative to the initial state (red line).



a)



b)

FIGURE 4.11 – Comparisons between experimental picking (green circles) and best model fitting the data (red plain line) for a) multi-step experiment, b) one-step experiment. The parameters obtained are presented in Table 4.2 as 15-01-26 for the multi-step case (a) and 15-01-27 for the one-step case (b). The data presented comes from radargram 4.9-a) and radargram 4.10-a) respectively.

	θ_r (cm ³ .cm ⁻³)	θ_s (cm ³ .cm ⁻³)	α^d (cm ⁻¹)	α^w (cm ⁻¹)	n	K_s^* (cm/min)	λ^{**}	RMSE ns
Lab. meas.	[0.01;0.02]	[0.34;0.37]	[0.024;0.026]	[0.043;0.05]	[8.5;10]	[0.96;1.5]	0.5	-
multi-step - charges = [71; 42; 32; 23; 0; 23; 32; 42; 71] cm								
15-01-26	0.07	0.36	0.027	0.094	3.02	0.47	0.65	0.66
15-01-20	0.04	0.36	0.024	0.07	3.25	0.33	0.58	0.66
one-step - charges = [71; 0; 71] cm								
15-01-23	0.02	0.38	0.019	0.029	3.74	0.61	0.8	0.05
15-01-27	0.05	0.38	0.020	0.048	4.26	0.77	0.8	0.8

TABLE 4.2 – Hydrodynamical M-vG parameter sets from classical laboratory measurements and optimizing laboratory GPR data monitoring. * obtained from Ksat System [Umwelt-Monitoring-System]. ** according to Mualem [1976].

relationship linking $\alpha_w = 2\alpha_d$ is not true for all our inversions since the proportionality factor is in the range of [1.5;3.5]. Concerning K_s , GPR data inversions underestimated the values obtained using Ksat tests, but the role of the parameter λ has to be taken into account as well, since it has a strong impact on the hydraulic conductivity function. There is a slight difference between parameters obtained from multi and one-step experiments. θ_r , α_d and α_w are smaller for the one-step case whereas K_s and λ are larger than for the multi-step case. We relate these differences to the different length step for each type of experiment. The charge differences are larger for the one-step case, while the charge difference is smaller for each step of the multi-step case.

Figure 4.12 groups the water retention curves generated with all the inverted models (red plain curves for drying and green for wetting) while the laboratory hanging water columns are displayed in red triangles for drying and green circles for wetting. This graph illustrates the difficulty to resolve the n parameter, especially during drainage, and this may be responsible for the inaccuracy on the other parameters. However, the values of n obtained with the WHC method are overestimated compared to expected values for this type of soil [Carsel and Parrish, 1988].

At least three factors must be considered when comparing GPR-derived parameters and classical laboratory parameters. First, the parameters obtained in laboratory are made on 250 cm³ core samples and do not represent the same physical state present in the large tank. Since about 321 kg of Fontainebleau sand were used, the compaction was definitely not as homogeneous as in the case of small 250 cm³ core samples, despite the fact that we tried to reach the same bulk density.

Second, the hydraulic charge range covered by the WHC experiment is different from the one covered by the large-scale experiment. Indeed, looking back at the WHC data presented in Figure 4.7, we see that the first drainage curve reaches 140 cm of suction, whereas in the case of our dynamical experiment we are dealing with at the most 70 cm. Then it is possible that we are not on the main wetting curve, but rather on an inner cycle curve. However this effect is taken into account by the hydrodynamical modeling through the boundary conditions.

Third, the λ and K_s are probably balancing each other to fit the hydraulic conductivity function for different volumetric water content. This might explain the underestimated

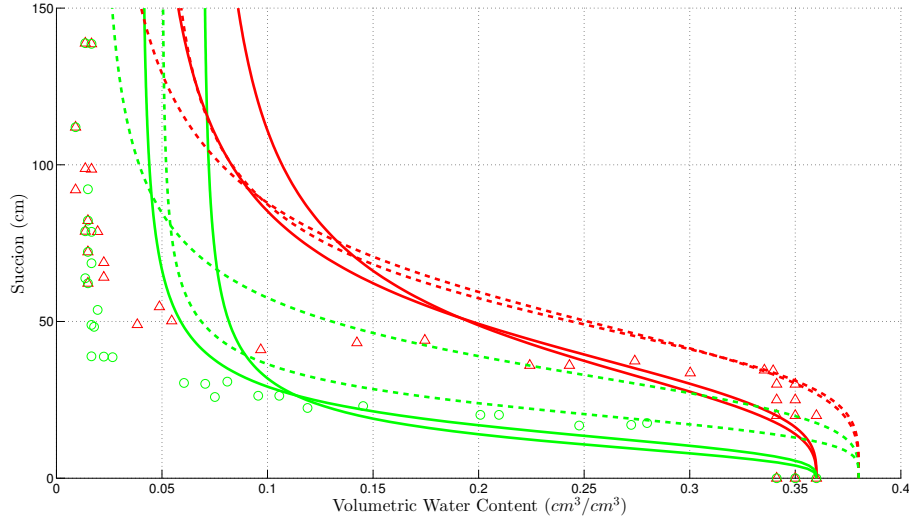


FIGURE 4.12 – Water retention functions. Symbols represent laboratory values obtained on soil cores using hanging water column method (Table 4.2 shown in Figure 4.7), red triangles for drying and green circles for re-wetting. Plain curves represent the vG curves using the sets of parameters obtained for the one-step GPR experiments, and dashed curves for the multi-step experiments (Table 4.2). Red curves are for the draining phases and green curves for the rewetting phases.

value of K_s and the overestimated value of λ .

4.5 Conclusion

The 1D velocity algorithm we used to invert the TWT from GPR data gave very good results for the numerical examples and allowed us to obtain accurate hydrodynamic parameters taking into account hysteresis effect in the water retention function. The experimental parameter sets obtained are consistent one with the other, even if the two types of experiments, one-step and multi-step, gave different values for the α_w parameter. We think that the one-step experiments are less sensitive to the experimental uncertainties since less boundary conditions are applied to the soil profile compared to the multi-step case. Differences between the parameters obtained by our GPR data inversion and those obtained through classical laboratory experiments (WHC and K_{sat}) are most probably caused by homogeneity problems in the large tank.

Further work is currently carried on to improve the accuracy of the proposed algorithm, by modification of the hydrodynamical model. In this study, the hysteresis of the water retention function is fully represented by the α parameter. One of the possible improvements would be to give a higher degree of freedom by representing the hysteresis effect as well with θ_s and K_s parameters.

Even if this work did not aim to study the efficiency of the empirical model of hysteresis

used for the water retention function (model of Kool and Parker [1987]), we tend to think that other models should be tested. We particularly think that alternative models based on contact angle-dependent hysteresis, such as the one of Zhou [2013], are very promising and may lead to a better physical representation of the hysteresis phenomena.

Finally, the hydrodynamical parameters optimizing TWT data would be better constrained using amplitudes of the reflections in a full-waveform inversion algorithm.

Chapitre 5

Critiques et perspectives

Nous avons vu dans les chapitres précédents que les suivis de processus hydrodynamiques par GPR permettaient de remonter aux propriétés hydrodynamiques des sols, que ce soit à partir d'infiltrations en surface (chapitre 2) ou en forages à faible profondeur (chapitre 3), ou encore lors de battements de nappe (chapitre 4). Ce chapitre aura pour objet l'analyse critique des principales hypothèses utilisées au cours des chapitres 2, 3 et 4, ainsi que des pistes d'améliorations futures ou en cours de développement.

5.1 Simplifications géométriques

Deux thèmes sont regroupés sous l'intitulé de “simplifications géométriques”. La première des simplifications est induite par le couplage de modélisations numériques hydrodynamique et électromagnétique. La seconde est due au manque d'information du fait de la géométrie d'acquisition durant les mesures.

5.1.1 Simplification géométrique numérique

La première des hypothèses à tester concerne l'utilisation de géométries simplifiées pour la résolution de l'équation de Richards. Par exemple, dans le chapitre 2, décrivant l'infiltration en simple anneau, l'écoulement a été considéré comme unidimensionnel. Afin de vérifier si, dans ce cas, l'hypothèse 1D est suffisante pour la description de l'infiltration sous charge dans un sable homogène, nous comparons deux types de modélisation hydrodynamique. La première est unidimensionnelle, effectuée avec Hydrus1D, comme dans le cas du chapitre 2, alors que la seconde est une modélisation hydrodynamique 2D-axisymétrique (2.5 D, comme dans le cas du chapitre 3, portant sur l'infiltration en forage de faible profondeur). Les TWTs de la réflexion sur le front d'infiltration sont, pour les deux cas (1D et 2D-axisymétrique), calculés grâce à des modélisations GprMax 2D. Le sol est le même sable utilisé pour les chapitres 2 et 3 avec les paramètres hydrodynamiques dans les intervalles suivants : $\{\theta_r = [0.03; 0.06] \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}, \theta_s = [0.36, 0.4] \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}, \alpha = [0.015; 0.03] \text{ cm}^{-1}, n = [6; 8], K_s = [0.03; 0.15] \text{ cm.min}^{-1}, \lambda = [0.3; 0.7]\}$.

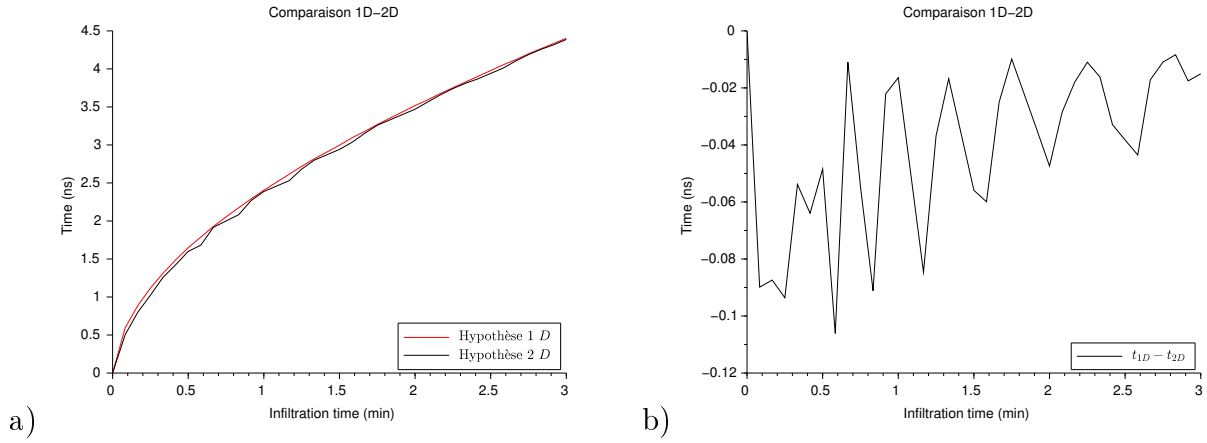


FIGURE 5.1 – Comparaison des hypothèses 1D-2.5D dans le cas d’une infiltration à charge constante en simple anneau dans un sable : **a)** TWT du front d’infiltration avec une hypothèse 1D (courbe rouge) et 2.5D (courbe noire) ; **b)** différences des TWTs.

La Figure 5.1-a) montre les TWTs correspondant à la réflexion sur le front d’infiltration simulés pour les deux hypothèses, alors que la Figure 5.1-b) montre la différence entre les temps d’arrivées ($TWT_{2.5D} - TWT_{1D}$). Cette différence temporelle reste en dessous du dixième de nano-seconde, diminuant au cours du temps. Elle est comparable à celle que nous avons entre notre algorithme de convolution 1D et GprMax 2D (Figure 2.4 du chapitre 2). L’erreur la plus importante existe pour les faibles temps expérimentaux. La courbe des différences sur la Figure 5.1-b) présente une périodicité d’environ 0.4 minutes. Nous pensons que celle-ci peut être liée aux différents maillages utilisés pour la résolution des équations de Richards et de Maxwell. En effet, un maillage en éléments finis (FEM) est utilisé par SWMS2D pour résoudre l’équation de Richards alors que GprMax 2D utilise les différences finies (FDTD). Une interpolation des résultats de teneur en eau obtenus avec un maillage FEM sur le maillage de FDTD est nécessaire et est sans doute à l’origine d’une dispersion numérique, car la finesse du maillage FDTD pour obtenir un minimum de dispersion n’est pas la même que pour résoudre l’équation de Richards.

Pour quantifier l’impact de notre hypothèse 1D sur la détermination des paramètres hydrodynamiques par rapport à une simulation hydrodynamique 2.5D, il faudrait le faire statistiquement, c’est-à-dire en prenant en compte les incertitudes dues à la modélisation 1D. Une des méthodes, dont nous avons déjà parlé, consisterait à générer un grand nombre de modèles aléatoirement (par Monte Carlo ou MCMC), puis sélectionner tous les modèles résultant de la distribution de probabilité *a posteriori* avec une fonction objective inférieure ou égale au RMSE des TWTs 1D et 2.5D. Ainsi, nous obtiendrions une distribution statistique qui permettrait de caractériser les intervalles de valeurs possibles des paramètres prenant en considération l’incertitude sur la géométrie 1D de la simulation. Même si cette analyse serait intéressante à mener à bien, nous ne pensons pas que l’utilisation d’une hypothèse 2D ou 3D pour ce type d’infiltration soit nécessaire.

5.1.2 Simplification induite par la géométrie d'acquisition

Dans les trois études présentées dans cette thèse, nous n'utilisons qu'un jeu d'antennes à une position fixe au cours du temps. Pour éviter de faire des hypothèses sur la forme du bulbe, il serait nécessaire d'avoir plusieurs antennes à des positions différentes, pour préciser la forme du bulbe (bulbe asymétrique) au cours de la mesure et voir le développement d'éventuelles différences dans les vitesses d'écoulement présentes notamment lors de phénomènes d'infiltration préférentielle, ce qui est pour le moment impossible avec notre système radar. L'idéal serait de pouvoir coupler un minimum de 4 jeux d'antennes, qui permettraient de suivre l'évolution du front ou du bulbe d'infiltration en 3D, rendant possible la détermination de la variabilité spatiale des paramètres hydrodynamiques dans différents plans d'acquisition.

Pratiquement, le suivi d'infiltration en simple anneau pourrait être complété par un ou plusieurs jeux d'antennes supplémentaires se trouvant à l'extérieur de l'anneau, afin de quantifier les écoulements horizontaux inhérents à ce type d'infiltration.

Pour le cas de suivis d'infiltration de type Porchet, présentés chapitre 3, nous envisageons d'utiliser deux antennes positionnées symétriquement par rapport au forage. L'évolution du développement de l'équipement actuel permet d'espérer que nous aurons d'ici quelques années accès à des systèmes d'acquisition multi-antennes, comme ceux déjà proposés par Liu and Sato [2014].

Enfin, lors des expériences de suivis de battements de nappe, nous souhaitons développer l'utilisation d'antennes en transmission de chaque côté du réservoir afin d'obtenir un profil de teneur en eau. C'est exactement la même technique que celle développée par Weihnacht and Boerner [2014], qui ne quantifie cependant pas les paramètres hydrodynamiques mais restent dans le domaine du qualitatif. Nous pensons cependant que ce type de mesures couplées à des modélisations hydrodynamique et électromagnétique pourraient nous permettre de mieux contraindre nos modèles hydrodynamiques.

5.2 Dispersion

Le fait de travailler sur la quantification de processus hydrodynamiques en utilisant des signaux électromagnétiques hautes fréquences nécessite d'être prudent avec la prise en compte des phénomènes de dispersion engendrés par l'eau. C'est ce que nous avons fait dans le cas du chapitre 4, ayant trait à l'obtention des paramètres caractérisant l'hystérèse sur la fonction de rétention en eau, mettant en jeu des différences faibles de permittivité, donc de TWTs. Comme nous l'avons abordé dans la partie sur la dispersion du chapitre 1, plusieurs phénomènes sont sources de cette dispersion : le couplage des antennes, les gradients de permittivité et la permittivité fonction de la fréquence. Ces trois sources sont difficilement séparables. Cependant dans le cas où le milieu au voisinage proche des antennes n'évolue pas, on peut supposer que le couplage des antennes reste constant. De plus, dans nos modélisations, nous prenons en compte les gradients de permittivité. Nous pouvons donc aussi nous affranchir de cette source de dispersion. Seule la dispersion

fréquentielle de la permittivité, modélisée par des fonctions $\varepsilon = f(\omega)$, telle que la relation de Debye ou de Cole-Cole, est à prendre en compte.

La question qui se pose est de savoir si la négligence de la dispersion dans les deux études de suivis d'infiltration, chapitres 2 et 3, a un impact conséquent sur les TWTs et *in fine* sur les résultats. Pour ce faire, nous appliquons la même méthode que celle du chapitre 4. C'est-à-dire que nous sélectionnons une fenêtre contenant l'ondelette associée à la réflexion qui nous intéresse, puis effectuons une transformée de Fourier sur celle-ci. C'est typiquement ce qu'on appelle faire une transformation de Gabor, un type de transformation en temps-fréquence développée pour le traitement de données sismiques [Taner *et al.*, 1979, Chui, 1992], permettant de donner la distribution des fréquences en fonction du temps d'écoute. Ici appliquée pour le GPR, le maximum de la fréquence pour l'ondelette associée donne l'évolution de la fréquence, non pas en fonction de la distance mais en fonction du temps expérimental, *i.e.* du temps d'infiltration.

Le résultat de cette transformation est représenté Figure 5.2-a), pour le cas d'une infiltration en anneau (étude du chapitre 2). La fréquence dominante de la réflexion associée au front d'infiltration est donnée au cours du temps expérimental, dans le cas du radargramme présenté en 5.2-b). Comme attendu, la fréquence de la réflexion sur le front d'infiltration chute au cours du temps, car le paquet d'ondes électromagnétiques passe par une couche saturée en eau de plus en plus épaisse, donc subissant de plus en plus la dispersion de Debye. Malheureusement, le pointage automatique de la fréquence dominante n'est pas aisé et assez instable du fait de nombreuses perturbations, comme le montre la Figure 5.2-b) à partir de 90 secondes où nous pensons que nous ne pointons pas la bonne phase. Nous tentons actuellement de résoudre ce problème afin de prendre en compte les phénomènes de dispersion dans les calculs de permittivité et donc des TWTs. Il est important de noter qu'ici l'impédance des antennes varie au cours de l'expérience : la dispersion n'est donc pas uniquement due à la dispersion de Debye.

Comme dans le cas précédent, regardons s'il est nécessaire de prendre en compte la dispersion due aux phénomènes de relaxation dans le cas d'une infiltration de type Porchet dans un sable (cas du chapitre 3). La Figure 5.3-a) donne la variation de fréquence dominante de la réflexion associée au bulbe d'infiltration du radargramme présenté en 5.3-b). La Figure 5.3-c) montre la partie du signal que nous avons sélectionnée pour calculer les fréquences associées à la réflexion. La Figure 5.3-a) montre que la fréquence chute brutalement puis semble se stabiliser à partir de 70 secondes d'infiltration. Seuls pour les tous premiers points, dans un sable, l'effet de dispersion sera important sur les permittivités et donc les TWTs, car nous travaillons en temps relatifs au TWT initial. Même si nous effectuons nos inversions sur un minimum de 300 secondes, il est difficile de conclure sur un faible impact de ces points initiaux sur l'inversion. En effet, les tous premiers points sont cruciaux pour expliquer au mieux la dynamique d'infiltration en régime transitoire dans un sol de texture grossière (sable), ainsi que pour contraindre les paramètres hydrodynamiques. Dans ce cas, il serait donc intéressant de prendre en compte la dispersion de Debye dans l'inversion de données radar.

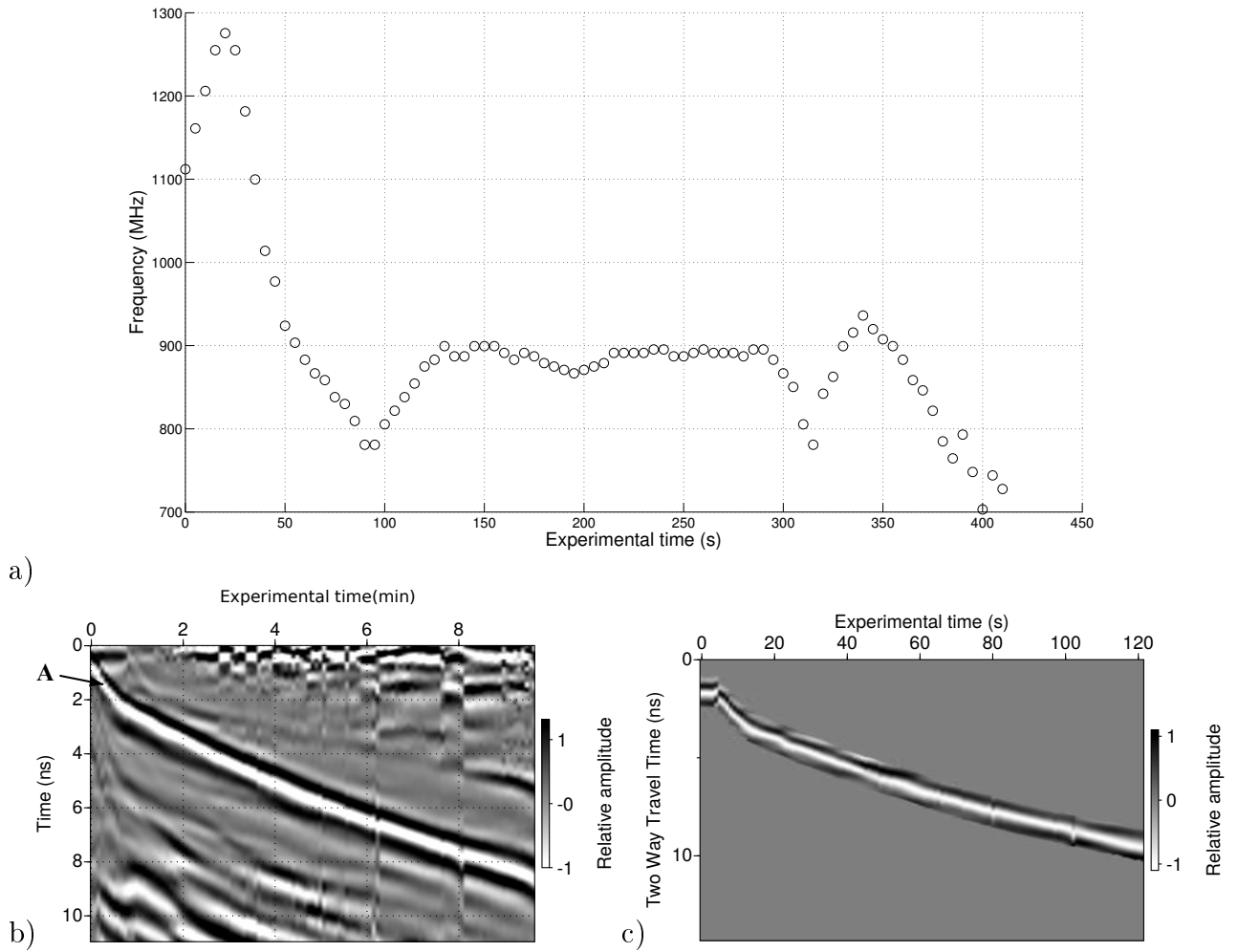


FIGURE 5.2 – **a)** Fréquence dominante de la réflexion **A** associée au radargramme **b)**. Le radargramme **c)** correspond à la sélection de l'ondelette associée à la réflexion. La seconde réflexion avec un TWT plus court sur la figure **b)** correspond à la réflexion sur le cylindre. Radargrammes dans le cas du suivi d'une infiltration en simple anneau.

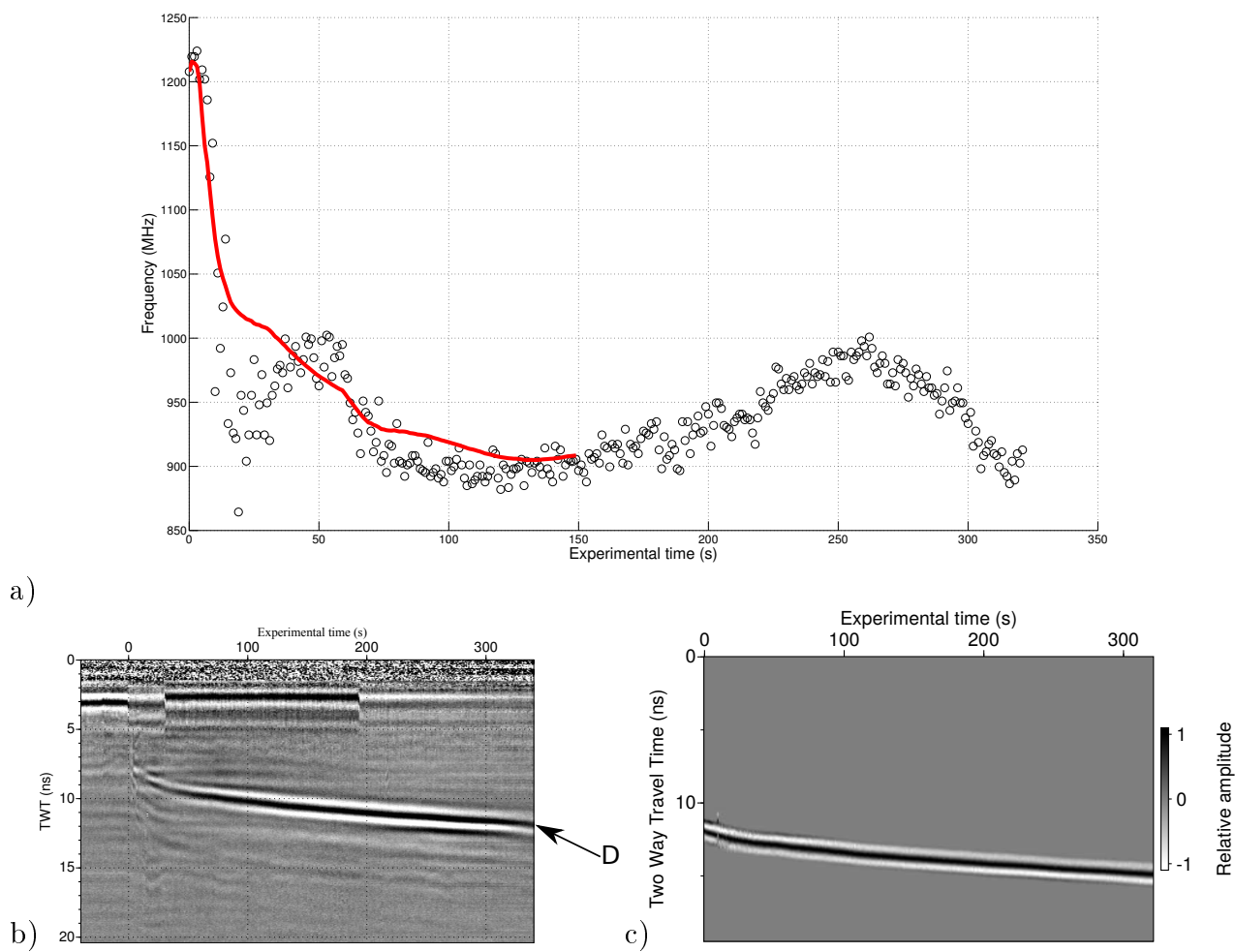


FIGURE 5.3 – a) Fréquences dominantes de la réflexion **D** associée au radagramme **b)**. La courbe rouge représente une moyenne glissante sur 50 points qui montre le comportement attendu. Le radagramme **c)** correspond à la sélection de l'ondelette associée à la réflexion. Radagrammes dans le cas du suivi d'infiltration du type Porchet.

5.2.1 Inversion en forme d'onde

Afin de contraindre au mieux nos paramètres, il est judicieux d'utiliser pleinement nos signaux en inversant à la fois les TWTs ainsi que les formes d'ondes (amplitudes et phases). En effet, comme le soulignent Saintenoy and Hopmans [2011], le paramètre α et surtout le paramètre n sont très liés à l'amplitude de l'onde réfléchie sur la courbure de la fonction de rétention en eau. En travaillant à la fois en temps et en amplitude, nous pensons lever les indéterminations et les liens entre les différents paramètres, notamment n et α , comme le montrent les misfits-diagrammes que nous présentons en annexes D.

L'inversion en forme d'onde (IFO) est expliquée en détail dans les travaux de Meles *et al.* [2010, 2012] et la thèse d'Anja Klötzsche [2013]. Nous en résumons le principe ici.

L'IFO est basée sur la détermination préalable de la source électromagnétique. Pour cela, on considère que le champ électrique émis par une densité de courant ¹ S peut s'exprimer, dans le domaine fréquentiel, par le produit suivant :

$$\widehat{E} = \widehat{G}\widehat{S}, \quad (5.1)$$

où $\widehat{}$ symbolise la transformée de Fourier et \widehat{G} la fonction de Green décrivant la réponse du milieu à une excitation S , dans lequel le champ électromagnétique se propage.

De plus, nous savons, d'après les équations de Maxwell, que le champ électrique reçu par l'antenne réceptrice, \widehat{E}_{obs} , est proportionnel à la dérivée temporelle (multiplication par $i\omega$ dans le domaine fréquentiel) de la densité de courant de l'ondelette source, \widehat{S} , émise. Une division par $i\omega$ dans le domaine fréquentiel du champ observé permettra donc de donner une première approximation de la source. Nous la noterons \widehat{S}_{init} :

$$\widehat{S}_{init} = \frac{\widehat{E}_{obs}}{i\omega}. \quad (5.2)$$

Comme l'IFO se fait *a posteriori* de l'optimisation des TWTs, nous pouvons simuler, dans la configuration expérimentale étudiée, par un code FDTD ou équivalent "chemin optique", le champ \widehat{E}_{syn} reçu par l'antenne, connaissant la source \widehat{S}_{init} que l'on met en entrée. À partir de là, en utilisant la relation (5.1), on peut calculer la réponse synthétique du milieu, \widehat{G}_{init} , soumis à la première détermination de la source expérimentale \widehat{S}_{init} :

$$\widehat{G}_{init} = \frac{\widehat{E}_{syn}}{\widehat{S}_{init}}, \quad (5.3)$$

puis recalculer une source correspondant au champ observé divisé par cette fonction de Green simulée :

$$\widehat{S}_{new} = \frac{\widehat{E}_{obs}}{\widehat{G}_{init}}. \quad (5.4)$$

En re-simulant un nouveau champ, \widehat{E}_{new} , avec cette fois la nouvelle source, \widehat{S}_{new} , nous serons capable de déterminer une nouvelle fonction de Green, \widehat{G}_{new} . Après plusieurs itérations de ce type, l'algorithme converge vers la source émise expérimentalement. Cet

1. La densité de courant est notée J dans le chapitre 1.

algorithme a été testé sur des cas synthétiques et nous sommes en train de l'appliquer sur des cas expérimentaux, notamment l'infiltration de type Porchet, présentée plus bas.

Une fois la source déterminée, il ne reste “*plus qu'à*” optimiser les jeux de paramètres hydrodynamiques, afin d'ajuster à la fois les TWTs et les ondelettes (amplitudes et phases) associées à la réflexion d'intérêt.

Dans le cas d'une infiltration en surface au sein d'un anneau, chapitre 2, la source émise évolue au cours du temps, car la teneur en eau du milieu au voisinage direct des antennes augmente. De plus, pour le cas d'une expérimentation sous charge variable, le niveau d'eau entourant les antennes évolue lui aussi. L'évolution de l'impédance des antennes au cours de l'expérience nécessite l'inversion d'une source pour chaque mesure ou pas de temps expérimental, comme ce qui est proposé par Klötzsche *et al.* [2013]. Cette méthode nous permettrait de mettre en oeuvre l'IFO pour ce type de suivi d'infiltration.

La distance séparant les antennes du bulbe d'infiltration, dans le cas d'infiltrations de type Porchet (chapitre 3), est suffisante pour considérer que l'impédance des antennes ne va pas varier au cours du temps. De ce fait, il est possible d'obtenir une source que l'on utilisera pour tous les pas de temps expérimentaux et de trouver quels paramètres hydrodynamiques donnent l'ajustement optimal pour l'amplitude des formes d'ondes observée. La détermination de la source a été effectuée par Anja Klötsche, en utilisant l'algorithme de Meles *et al.* [2010] que nous venons de décrire. Le radargamme simulé et la source estimée sont présentés Figure 5.4-a) et 5.4-b) respectivement. Le radargamme simulé est à comparer avec celui expérimental, Figure 5.3-b). Sur ce dernier, il n'apparaît qu'une réflexion claire, qui, comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, correspond à l'interférence constructive de deux ondes parcourant le bulbe. Alors que le radargamme synthétique de la Figure 5.4-a) exacerbe deux réflexions, une très forte arrivant légèrement plus tard qu'une autre bien plus faible en amplitude. Nous savons, grâce aux instantanés de la Figure 3.7 du chapitre 3, que la sommation des deux ondes par interférences constructives n'est pas parfaite et résulte en deux réflexions comme celles présentes sur la Figure 5.4-a). Ceci nous pousse à conclure que la réflexion du radargamme expérimental (Figure 5.3-b)) est un mélange de deux ondelettes. Cette remarque transparaît sur la détermination de la source, qui semble être une combinaison de deux sources, par rapport à un Ricker classique (voir courbe rouge de la Figure 5.4-b)).

Ces travaux sont toujours en cours, mais nous pensons qu'il est au préalable important de bien comprendre les difficultés inhérentes à la détermination de la source avant de poursuivre plus loin sur l'inversion des paramètres. Nous travaillons notamment sur l'inversion en temporel, non pas en relatif par rapport au temps zéro, mais prenant en considération tout le profil, ce qui permettra de déterminer la source en prenant en considération tout le profil et non pas comme fait précédemment en relatif par rapport à la valeur initiale de la réflexion.

Le cas du chapitre 4, portant sur le suivi de battements de nappe, est similaire au cas de l'infiltration en surface. L'évolution de la teneur en eau au voisinage direct des antennes au cours de l'expérience nécessite la détermination de la source pour chaque pas de temps expérimental. Nous pourrions néanmoins améliorer notre dispositif d'antennes placées à la surface mais sur une couche de sable plus importante dont la teneur en eau de la partie

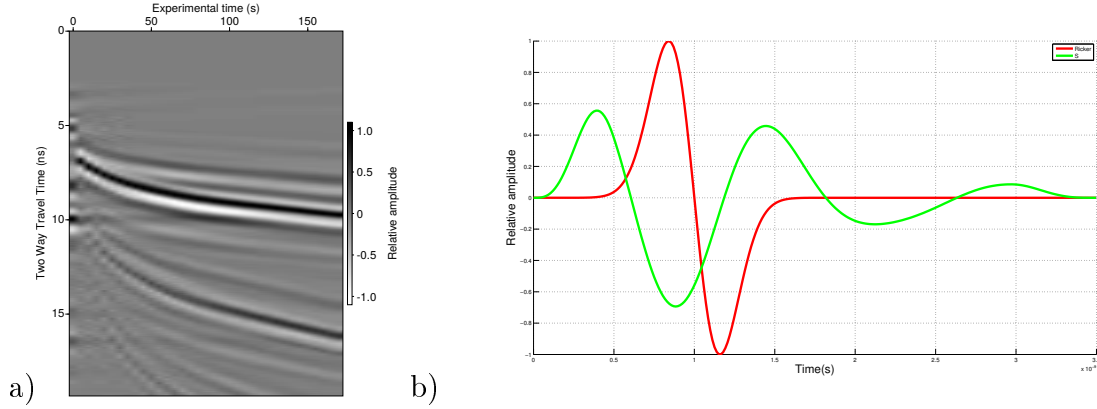


FIGURE 5.4 – a) Simulation FDTD de suivi d’infiltration du type Porchet en utilisant la source représentée en vert Figure b). La courbe rouge est une source d’excitation de type Ricker. Radargramme à comparer avec la Figure 5.3-b).

la plus proche des antennes ne variera pas.

5.3 Applications à d’autres types de sol

Les études présentées dans ce manuscrit ont toutes été effectuées sur des sols sableux, voire des sables. Ces sols sont très pratiques à cause de leur faible conductivité électrique, leurs relations $\varepsilon = f(\theta)$ simples, leur teneur en eau résiduelle assez faible devant celles à saturation, leur conductivité hydraulique à saturation élevée, et leur paramètre n qui donnent la transition entre l’état résiduel et l’état saturé comme très abrupte, proche d’une fonction en marche d’escalier. Toutes ces caractéristiques nous ont permis de développer le formalisme (*i.e.* couplage de simulations hydrodynamique et électromagnétique) nécessaire à la *détermination des propriétés hydrodynamiques par GPR*. Les bases étant posées, il reste un morceau plus que conséquent à attaquer : appliquer tout ceci à de “vrais” sols. Ces “vrais” sols peuvent contenir en proportion non négligeable des argiles. De plus, ils sont constitués de plusieurs horizons avec des propriétés différentes, ce qui fait qu’ils sont très loin d’être homogènes. Enfin, ils peuvent présenter des phénomènes d’infiltration préférentielle.

Jusqu’à maintenant, nous avons effectué deux tests de suivi d’infiltration en simple anneau sur un limon et sur un rendisol. Les résultats de suivi qualitatif du front d’infiltration sont satisfaisants, à savoir que la réflexion associée est visible au cours du temps. Pour preuve la Figure 5.5 qui montre un exemple de suivi d’infiltration en simple anneau pour le cas d’un sol qualifié de rendisol [Sow, 2009]. Le radargramme montre deux réflexions évoluant au cours du temps, l’une correspondant à la réflexion directe sur le front d’infiltration (réflexion A), alors que l’autre provient d’une onde réfléchie au préalable ou *a posteriori* sur le cylindre (réflexion B), d’où la différence des TWTs et des phases.

Cependant, la modélisation des TWTs avec l’algorithme de convolution 1D (chapitre 2) est rendue délicate à cause de la faible pente de la fonction de rétention en eau (due au fait que le paramètre n soit faible). Le seul moyen que nous ayons trouvé jusqu’à présent pour

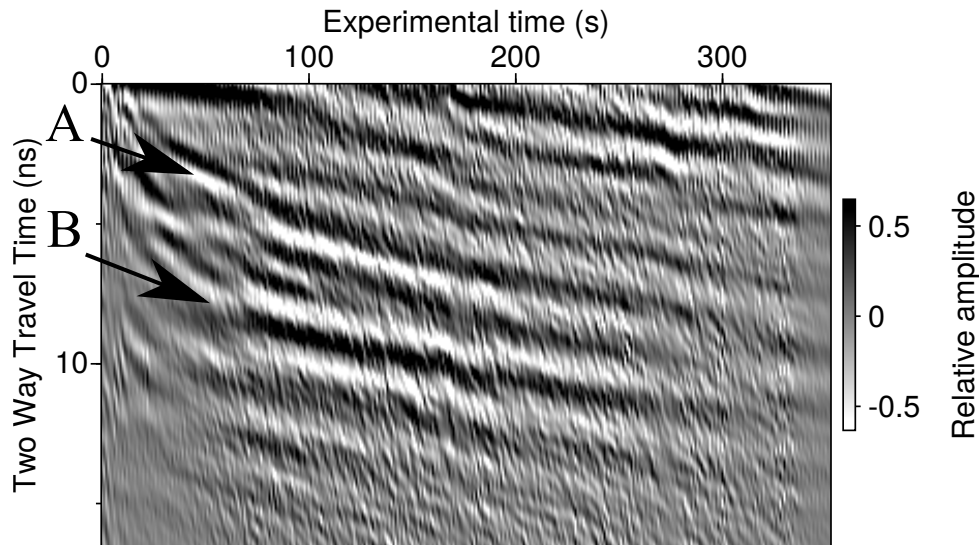


FIGURE 5.5 – Suivi par GPR d’une infiltration d’eau en simple anneau dans un rendisol, sur le site de Valduc (CEA, France). Un filtre F-K a été appliqué au radargramme original. A est la réflexion associée au front d’infiltration alors que B correspond à celle une réflexion sur le cylindre.

pallier à cette difficulté est d’avoir recours à la modélisation FDTD, à travers l’utilisation de GprMax 2D, bien plus lente cependant que l’algorithme de convolution 1D. Nous travaillons actuellement à son accélération par parallélisation CPU.

5.4 Améliorations numériques

Les améliorations expérimentales ne pourront se faire qu’en parallèle des améliorations numériques, notamment sur l’accélération des modèles directs, afin de rendre les calculs de fonctions objectives plus rapides pour en déduire des distributions sur les paramètres *a posteriori* justifiables mathématiquement, comme par exemple avec l’utilisation de chaînes de Markov.

Sur le plus long terme, nous souhaiterions développer une modélisation 3D, pour réellement prendre en compte la variabilité spatiale. Nous pensons que le cas de suivi de battements de nappe au sein d’un réservoir est le plus facile à modéliser en trois dimensions, car les conditions aux limites sont bien définies et la géométrie du milieu est bien identifiée.

Nous travaillons actuellement sur deux fronts, à savoir l’exploitation des processeurs multi-cœur et autres clusters², ainsi que l’utilisation de processeurs graphiques, dits GPU (Graphics Processing Units), grâce à l’architecture CUDA développée par Nvidia.

2. À ce propos, nous citons l’encyclopédie Wikipédia : “En 2006, très peu de logiciels gèrent le bi-cœurs, et globalement les logiciels ne sont pas conçus pour tirer le maximum de cette technologie (excepté dans le monde GNU/Linux où les applications sont portées en très grande majorité — près de 99,8 % — sous plusieurs types d’architectures).”.

Conclusions

L'hydrodynamique des sols tient un rôle primordial dans la compréhension de nombreux processus hydrologiques, hydrogéologiques, climatiques et par conséquent environnementaux. L'échelle spatio-temporelle de la dynamique des fluides au sein des sols est particulière, car, pour être comprise, elle nécessite non seulement un échantillonnage temporel suffisamment dense, pour être en mesure de caractériser des différences de teneurs en eau sur des temps de l'ordre de la seconde, mais aussi une résolution spatiale suffisante pour suivre de faibles variations de teneur en eau sur des distances de l'ordre du centimètre. Au regard des méthodes utilisées, constituées d'un large panel de capteurs de teneur en eau invasifs ou non, le GPR présente une capacité d'échantillonnage spatio-temporel tout à fait adéquate pour qualifier et quantifier les phénomènes hydrodynamiques dans les sols. En effet, sa résolution est à mi-chemin entre des méthodes à large échelle, souffrant d'une résolution trop grossière pour suivre ce type de phénomènes, et d'autres très locales incapables d'appréhender dans toutes leurs dimensions des objets comme des bulbes ou des fronts d'infiltration.

Dans ce mémoire, nous nous sommes attachés à utiliser l'énorme potentiel du GPR pour la détermination des propriétés hydrodynamiques des sols, lors de suivis de processus d'écoulement en leur sein par des antennes impulsionnelles commerciales. L'aspect novateur sur lequel nous avons insisté est l'utilisation unique des temps aller-retour des ondes électromagnétiques sur des réflexions particulières, telles que les bulbes ou fronts d'infiltration, pour la détermination des paramètres hydrodynamiques. Ce travail purement temporel nous permet de nous affranchir de nombreux problèmes, notamment liés à la détermination de la source, en travaillant en relatif par rapport à l'état initial.

Au travers du chapitre 2, une nouvelle dimension a été redonnée au test classique d'infiltration en simple anneau. L'hypothèse 1D a été suffisante pour caractériser les paramètres des fonctions de rétention en eau et de conductivité hydraulique suivant le modèle Mualem-van Genuchten, dans le cas d'un sol sableux. Les inversions des données de suivi GPR en simple anneau ont été possibles dans le cas du régime permanent ainsi qu'en régime transitoire. Les paramètres retrouvés sont en accord avec ceux obtenus avec des mesures classiques, telles que les tests d'infiltrométrie et la méthode en colonne suspendue. Au delà de l'aspect quantitatif, nous avons pu voir que notre méthode en simple anneau était assez sensible pour remonter aux variations spatiales des paramètres hydrodynamiques.

Les forts contrastes de permittivité en jeu lors d'infiltrations d'eau dans les sols peuvent résulter dans la création de zones de faible vitesse des ondes électromagnétiques, se comportant comme des guides d'ondes vis-à-vis des signaux électromagnétiques. Nous avons

utilisé ce type de phénomène dans les suivis surfaciques d'infiltrations en forages de faible profondeur, présentés chapitre 3. Les ondes électromagnétiques piégées au sein du bulbe d'infiltration sont caractéristiques de la forme du bulbe et ont permis de remonter aux paramètres hydrodynamiques régissant l'écoulement. L'hypothèse 2D-axisymétrique a été suffisante dans le cas d'un sable, supposé homogène, mais le cas de sols plus complexes nécessite implicitement l'utilisation de plusieurs jeux d'antennes afin de connaître l'extension spatiale du bulbe.

Inhérents à l'utilisation des ondes électromagnétiques hautes fréquences pour la caractérisation de phénomènes impliquant la présence d'eau, les phénomènes de dispersion sont à prendre en considération, surtout lors de quantifications impliquant de faibles différences de permittivité diélectrique. Le suivi de battements de nappe présentée chapitre 4 en est l'illustration. Prenant en considération la dispersion de Debye, grâce à la détermination de la fréquence dominante associée à la réflexion de la base d'une couche de sable, un modèle hydrodynamique et électromagnétique unidimensionnel a été suffisant pour obtenir les profils de teneurs en eau lors de phases de drainage et d'humectation successives. En considérant l'hystérèse sur la fonction de rétention en eau, nous avons pu remonter aux paramètres quantifiant la principale courbe de drainage et la principale courbe d'humectation, formant les limites du cycle d'hystérèse.

Les perspectives spécifiques relatives aux travaux de ce mémoire ont été présentées dans le chapitre précédent. On peut les résumer par les trois points suivants :

- l'inversion en formes d'ondes,
- l'application de nos méthodes sur d'autres types de sols,
- l'accélération des modèles directs.

Ici, nous abordons les perspectives d'ordre plus général sur lesquelles nous aimerions nous pencher dans un futur plus ou moins proche.

Nous souhaitons étendre nos zones de caractérisation des propriétés hydrodynamiques sur des surfaces plus importantes afin de pouvoir en déduire des cartes de variabilité spatiale à des échelles allant de la parcelle au petit bassin versant. Une première étude que nous envisageons est celle que nous effectuerons à travers une collaboration avec l'IRSN, lors d'une campagne de mesures sur la zone d'exclusion de Tchernobyl.

Nous avons montré dans nos travaux le succès du couplage hydrodynamique et électromagnétique pour quantifier des paramètres d'intérêt pour l'écoulement des fluides au sein des sols. Nous souhaitons pousser plus loin ce couplage avec un autre aspect qui concerne le suivi de phénomènes thermiques au sein de zones gelées. Une première étude sur les phénomènes de guides d'ondes dans les permafrosts lors de phases de dégel (voir les travaux de Klötzsche *et al.* [2013] et van der Kruk [2006], van der Kruk *et al.* [2010]) est à l'étude, suite à une campagne d'acquisition en chambre froide avec Anja Klötzsche. Cependant nous souhaiterions nous concentrer sur des phénomènes avec des cinétiques plus rapides, comme par exemple le suivi d'écoulement de fluides au sein de zones gelées.

Les phénomènes de guide d'ondes créés par des bulbes d'infiltration nous intéressent aussi (voir chapitre 3), et nous travaillons à leur meilleure compréhension par des expériences de diffraction sur des sphères de différentes permittivités diélectriques. Nous cherchons notamment à comprendre dans quels cas de figure l'onde réfléchie à l'intérieur de la sphère est d'amplitude supérieure à l'onde réfléchie directement sur la sphère.

Concernant l'influence de la température sur la permittivité diélectrique, nous aimerions essayer de développer un suivi d'injection de fluide chauffé au sein d'aquifères, à l'aide d'antennes GPR en forage, comme ce qui se fait déjà en électrique [Hermans *et al.*, 2015]. En appliquant l'inversion en formes d'ondes sur les signaux GPR, nous aurons accès à la conductivité électrique qui est très sensible à la température.

Bibliographie

- Ahuja, L. and Swartzendruber, D., An improved form of soil-water diffusivity function, *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 36(1), 9–14, 1972.
- Akbar, M., Kenimer, A., Searcy, S., and Tobert, H., Soil water estimation using electromagnetic induction, *Trans. ASAE*, 48(1), 129–135, 2005.
- Alharthi, A. and Lange, J., Soil water saturation : Dielectric determination, *Water Resour. Res.*, 23(4), 591–595, 1987.
- Allen, M. and Murphy, C., A finite element collocation method for variably saturated flows in porous media, *Numer. Methods Partial Equations*, 1(3), 229–239, 1985.
- Angulo-Jaramillo, R., Vandervaere, J.-P., Roulier, S., Thony, J.-L., Gaudet, J.-P., and Vauclin, M., Field measurement of soil surface hydraulic properties by disc and ring infiltrometers : A review and recent developments, *Soil Till. Res.*, 55(1), 1–29, 2000.
- Ankeny, M., Ahmed, M., Kaspar, T., and Horton, R., Simple field method for determining unsaturated hydraulic conductivity, *Soil Sci. Am. J.*, 55(2), 467–470, 1991.
- Annan, A., Transmission dispersion and GPR, *J. Envir. Eng. Geophys.*, 1(B), 1996.
- Annan, A. Ground Penetrating Radar : Workshop notes. Technical report, Sensors and Software Inc., Ontario, Canada, 1999.
- Annan, A. GPR methods for hydrogeological studies. In *Hydrogeophysics*, pages 185–213. Springer, 2005.
- Annan, A. and Davis, J., Impulse radar soundings in permafrost, *Radio Sci.*, 11(4), 383–394, 1976.
- Arcone, S., Distorsion of model subsurface radar pulses in complex dielectrics, *Radio Sci.*, 16(5), 855–864, 1981.
- Arcone, S., Numerical studies of the radiation patterns of resistively loaded dipoles, *J. Appl. Geophys.*, 33(1-3), 39–52, 1995.
- Arcone, S., High resolution of glacial ice stratigraphy : a ground-penetrating radar study of Pegasus runway, Mcmurdo station, Antartica, *Geophysics*, 61(6), 1653–1663, 1996.
- Ashcroft, N. and Mermin, D., *Physique des solides*. EDP Sciences, 2002.

- Bano, M., Constant dielectric losses of ground-penetrating radar waves, *Geophys. J. Int.*, 124(1), 279–288, 1996a.
- Bano, M., Modeling and inverse Q imaging of ground-penetrating radar waves in 1 and 2D, *Geophys. Res. Lett.*, 23(22), 3123–3126, 1996b.
- Bano, M., Modeling of GPR waves for lossy media obeying a complex power law of frequency for dielectric permittivity, *Geophys. Prospect.*, 52(1), 11–26, 2004.
- Bano, M., Effects of the transition zone above water table on the reflection of GPR waves, *Geophys. Res. Lett.*, 33, 2006.
- Barari, A., Ghotbi, A., Farrokhzad, A., and Ganji, D., Variational iteration method and homotopy-perturbation method for solving different types of wave equations, *J. Appl. Sci.*, 8, 120–126, 2008.
- Barati, R., Parameter estimation of nonlinear Muskingum models using Nelder-Mead Simplex algorithm, *J. Hydraul. Eng.*, 123(2), 137–142, 2011.
- Bernard, É., Friedt, J.-M., Saintenoy, A., Tolle, F., Griselin, M., and Marlin, C., Where does a glacier end? GPR measurements to identify the limits between the slopes and the real glacier area. Application to the Austre Lovénbreen, Spitsbergen (79° N), *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 27, 100–108, 2014.
- Binley, A., Winship, P., Middleton, R., Pokar, M., and West, J., High-resolution characterization of vadose zone dynamics using cross-borehole radar, *Water Resour. Res.*, 37(11), 2639–2652, 2001.
- Binley, A., Cassiani, G., Middleton, R., and Winship, P., Vadose zone flow model parametrisation using cross-borehole radar and resistivity imaging, *J. Hydrol.*, 267(3), 147–159, 2002.
- BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML., *Evaluation of measurement data / Supplement 2 to the - Guide to the expression of uncertainty in measurement" - Models with any number of output quantities*. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM :102, 2011.
- Birchak, J., Gardner, L., Hipp, J., and Victor, J., High dielectric constant microwave probes for sensing soil moisture, *Proceedings IEEE*, 35(1), 85–94, 1974.
- Bogena, H., Huisman, J., Oberdoerster, C., and Vereecken, H., Evaluation of a low-cost soil water content sensor for wireless network applications, *J. Hydrol.*, 344(1-2), 32–42, 2007.
- Boivin, P., Touma, J., and Zante, P., Mesure de l'infiltrabilité du sol par la méthode du double anneau. 1-Résultats expérimentaux, *Cahiers ORSTOM, Sér. Pédol.*, 24(1), 17–25, 1987.
- Bonde, S. and Maines, C., The technology of medieval water management at the charterhouse of Bourghfontaine, *Technology and culture*, 53(3), 625–670, 2012.

- Bonde, S. and Maines, C. The heart of the matter : Valois patronage of the charterhouse at Bourghfontaine. In Hourihane, C., editor, *Medieval Patronage : Power and Agency in Medieval Art, (Index of Christian Art Occasional Papers)*, volume XV, pages 76–98, Princeton, NJ, 2013.
- Booth, A. D., Linford, N. T., Clark, R. A., and Murray, T., Three-dimensional, multi-offset Ground-Penetrating Radar imaging of archaeological targets, *Archaeological Prospection*, 15(2), 93–112, 2008.
- Boubaki, N., Saintenoy, A., and Tucholka, P. GPR profiling and electrical resistivity tomography for buried cavity detection : A test site at the abbaye de l’Ouye (France). In IEEE, editor, *Proceedings of the 6th International Workshop on Advanced Ground-Penetrating Radar (IWAGPR), Aachen, Germany*, pages 1–5, 2011.
- Boubaki, N., Saintenoy, A., Kowlaczyk, S., Mieszkowski, R., Welc, F., Budziszewski, J., and Tucholka, P. Ground-Penetrating Radar prospection over a gallery network resulting from neolithic flint mine (Borownia, Poland). In IEEE, editor, *Proceedings of the 14th International Conference on GPR, Shanghai, China*, pages 610–615, 2012.
- Boubaki, N., Léger, E., and Saintenoy, A. The discovery of a forgotten vault in the church of Sainte-Mesme (Les Yvelines). In *Proceedings of the 7th International Workshop on Advanced Ground Penetrating Radar (IWAGPR), Nantes, France*, pages 1–5, 2013.
- Bouwer, H., Unsaturated flow in ground-water hydraulics, *J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civil Engrs.*, 90(5), 121–144, 1964.
- Bradford, J. H., Applying reflection tomography in the post-migration domain to multi-fold Ground-Penetrating Radar data, *Geophysics*, 71(1), K1–K7, 2006.
- Bradford, J. H., Measuring water content heterogeneity using multifold GPR with reflection tomography, *Vadose Zone J.*, 7(1), 184–193, 2008.
- Bristow, C. and Jol, H., *Ground Penetrating Radar in Sediments*. Number 211. Geological Society, London, 2003.
- Brooks, R. and Corey, A. Hydraulic properties of porous media. Hydrol. pap. 3, Colo. State Univ., Fort Collins, Colo., 1964.
- Brutsaert, W., Probability laws for pore-size distributions, *Soil Sci.*, 101(2), 85–92, 1966.
- Bunsri, T., Sivakumar, M., and Hagare, D., Numerical modeling of tracer transport in unsaturated porous media, *J. Appl. Fluid Mech.*, 1(1), 62–70, 2008.
- Burdine, N., Relative permeability calculations from pore-size distribution data, *Journ. Petr. Tech.*, 5(3), 71–77, 1953.
- Busch, S., van der Kruk, J., Bikowski, J., and Vereecken, H., Quantitative conductivity and permittivity estimation using full-waveform inversion of on-ground GPR data, *Geophysics*, 77(6), H79–H91, 2012.

- Busch, S., Weihermuller, L., Huisman, J., Steelman, C., Endres, A., Vereecken, H., and van der Kruk, J., Coupled hydrogeophysical inversion of time-lapse surface GPR data to estimate hydraulic properties of a layered subsurface, *Water Resour. Res.*, 49(12), 8480–8494, 2013.
- Cai, J. and McMechan, G. A., Ray-based synthesis of bistatic Ground-Penetrating Radar profiles., *Geophysics*, 60(1), 87–96, 1995.
- Campbell, G., Calissendorff, C., and Williams, J., Probe for measuring soil specific-heat using a heat-pulse method, *Soil Sci. Soc. Am.*, 55(1), 291–293, 1991.
- Carcione, J., Ground-penetrating radar : wave theory and numerical simulation in lossy anisotropic media, *Geophysics*, 61(6), 87–96, 1996.
- Carsel, R. F. and Parrish, R. S., Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics, *Water Resour. Res.*, 24(5), 755–769, 1988.
- Casper, D. and Kung, K., Simulation of ground-penetrating radar waves in a 2-D soil model, *Geophysics*, 61(4), 1034–1049, 1996.
- Cassidy, N. *Ground Penetrating Radar Theory and Applications*, chapter Electrical and Magnetic Properties of Rocks, Soils and Fluids. Elsevier, 2009.
- Celia, M., Ahuja, L., and Pinder, G., Orthogonal collocation and alternating-direction procedures for unsaturated flow problems, *Adv. Water Resour.*, 10(4), 178–187, 1987.
- Cerveny, V., *Seismic ray theory*. Cambridge University Press, 2001.
- Chang, P. and Alumbaugh, D., An analysis of the cross-borehole GPR tomography for imaging the development of the infiltrated fluid plume, *J. Geophys. Eng*, 8(2), 294–307, 2011.
- Chen, J., Hubbard, S., and Rubin, Y., Estimating the hydraulic conductivity at the South Oyster site from geophysical tomographic data using Bayesian techniques based on the normal linear regression model, *Water Resour. Res.*, 37(6), 1603–1613, 2001.
- Chen, P.-Y., Chen, C.-H., Hsu, N.-S., Wu, C.-M., and Wen, J.-C., Influence of heterogeneity on unsaturated hydraulic properties : (1) local heterogeneity and scale effect., *Hydrol. Process.*, 26(23), 3593–3603, 2012a.
- Chen, P.-Y., Chen, C.-H., Hsu, N.-S., Wu, C.-M., and Wen, J.-C., Influence of heterogeneity on unsaturated hydraulic properties (2) - percentage and shape of heterogeneity, *Hydrol. Process.*, 26(23), 3604–3613, 2012b.
- Childs, E. C. and Collis-George, N., The permeability of porous materials, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 201(1066), 392–405, 1950.
- Chounet, L., Hilhorst, D., Jouron, C., Kelanemer, Y., and Nicolas, P., Simulation of water flow and heat transfer in soils by means of a mixed finite element method, *Adv. Water Resour.*, 22(5), 445–460, 1999.

- Chui, C., *Introduction to wavelets*. Academic Press, New York, 1992.
- Clothier, B. and White, I., Measuring sorptivity and soil water diffusivity in the field., *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45(2), 241–245, 1981.
- Cole, K. and Cole, R., Dispersion and absorption in dielectrics, *Journal of Chemical Physics*, 9, 341–351, 1941.
- Collis-George, N., Hysteresis in moisture content-suction relationships in soils, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 24A, 80–85, 1955.
- Colombani, J., Lamagnat, J., and Thiebaut, J., Mesure de la perméabilité des sols en place : un nouvel appareil pour la mesure de Müntz. une extension de la mesure de Porchet aux sols hétérogènes, *Cahiers ORSTOM, Serv. Hydrol.*, XI(3), 15–46, 1973.
- Coquet, Y., Boucher, A., Labat, C., Vachier, P., and Roger-Estrade, J., Caractérisation hydrodynamique des sols à l’aide de l’infiltromètre à disques, *Étude et Gestion des Sols*, 7(1), 7–24, 2000.
- Coutanceau-Monteil, N. and Jacquin, C., Improvements of the coaxial line technique for measuring complex dielectric permittivities of centimetric samples in the 20 to 1000 MHz range. Application to sedimentary rocks, *The Log Analyst*, 34(5), 21–33, 1993.
- Curtis, J., Moisture effect on the dielectric properties of soils, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 39(1), 125–128, 2001.
- Dagenbach, A., Buchner, J., Klenk, P., and Roth, K., Identifying a parametrisation of the soil water retention curve from on-ground GPR measurements., *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 17(1), 611–618, 2013.
- Dane, J. H. and Hopmans, J. W. *Method of soil analysis, Part 4, Physical methods*, chapter Hanging water column, pages 680–684. Soil Science Society of America, Inc., Madison, WI., USA, 2002.
- Dane, J. and Topp, G., *Methods of Soil Analysis*. Soil Science Society of America, Inc, Madison, WI., USA, 2002.
- Daniels, D., *Ground Penetrating Radar-2nd Edition*. The Institution of Electrical Engineers, 2004.
- Darcy, H., *Les fontaines publique de la ville de Dijon*. 1856.
- Dasberg, S. and Hopmans, J., Time domain reflectometry calibration for uniformly and nonuniformly wetted sandy and clayed soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56(5), 1341–1345, 1992.
- Davidson, D. and Cole, R., Dielectric relaxation in glycerol, propylene glycol and n-propanol, *Journal of Chemical Physics*, 29, 1484–1490, 1951.
- Davis, J. and Annan, A., Ground-Penetrating Radar for high resolution mapping of soil and rock stratigraphy, *Geophys. Prospect.*, 37(5), 531–551, 1989.

- Debye, P., *Polar Molecules*. Dover Publications, New York, 1929.
- Diamanti, N. *An Efficient Ground Penetrating Radar Finite-Difference Time-Domain subgridding scheme and its application to the non-destructive testing of masonry arch bridges*. PhD thesis, The University of Edimburgh, 2008.
- Diamanti, N. and Redman, A. A. J. Impact of gradational electrical properties on GPR detection of interfaces. In *Ground Penetrating Radar (GPR), 2004 15th International Conference on*, pages 529–534. IEEE, 2014.
- Diwekar, U. M. and Kalagnanam, J. R., Efficient sampling technique for optimization under uncertainty, *AIChE Journal*, 43(2), 440–447, 1997.
- Doetsch, J., Linde, N., Coscia, I., Greenhalgh, S., and Green, A., Zonation for 3D aquifer characterization based on joint inversions of multimethod crosshole geophysical data, *Geophysics*, 76(6), G53–G64, 2010.
- Doolittle, J., Jenkinson, B., Hopkins, D., Ulmer, M., and Tuttle, W., Hydropedological investigations with Ground-Penetrating Radar (GPR) : estimating water-table depths and local ground-water flow pattern in areas of coarse-textured soils, *Geoderma*, 131, 317–329, 2006.
- Duan, Q., Sorooshian, S., and Gupta, V., Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models, *Water Resour. Res.*, 28(4), 1015–1031, 1992.
- Duan, Q., Gupta, V., and Sorooshian, S., Shuffled Complex Evolution approach for effective and efficient global minimization, *Journal of Opt. Theo. and Appl.*, 3(76), 501–521, 1993.
- Dugan, H., Doran, P., Wagner, B., Kenig, F., Fritsen, C., Arcone, S., Kuhn, E., Ostrom, N., Warnock, J., and Murray, A., Stratigraphy of Lake Vida, Antarctica : hydrologic implications of 27 m of ice, *The Cryosphere*, (9), 439–450, 2015.
- Durner, W., Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure, *Water Resour. Res.*, 30(2), 211–223, 1994.
- Eching, S. and Hopmans, J., Optimization of hydraulic functions from transient outflow and soil water pressure data, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 57(5), 1167–1175, 1993.
- Eching, S., Hopmans, J., and Wendroth, O., Unsaturated hydraulic conductivity from transient multistep outflow and soil water pressure data, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 58(3), 687–695, 1994.
- Elie, F. Site personnel de Frédéric Élie. <http://fred.elie.free.fr/>, 2008.
- Ellefsen, K., Effects of layered sediments on the guided wave in crosswell radar data, *Geophysics*, 64(6), 1698–1707, 1999.
- Elrick, D. and Robin, M., Estimating sorptivity of soils, *Soil Sci.*, 132(2), 127–133, 1981.
- Enderby, J., The domain model of hysteresis, *Trans. Faraday Soc.*, 51, 835–848, 1955.

- Endres, A. and Knight, R., A theoretical treatment of the microscopic fluid distribution on the dielectric properties of partially saturated rocks, *Geophys. Prospect.*, 40(3), 307–324, 1992.
- Endres, A., Jones, J., and Bertrand, E., Pumping-induced vadose zone drainage and storage in an unconfined aquifer : a comparison of analytical model predictions and field measurements, *J. Hydrol.*, 335(1-2), 207–218, 2007.
- Engheta, N., Radiation patterns of interfacial dipole antennas, *Radio Science*, (17), 1557–1566, 1982.
- Engwirda, D. Mesh2d - automatic mesh generation. <http://fr.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/25555-mesh2d-automatic-mesh-generation>, 2009.
- Eppstein, M. J. and Dougherty, D., Efficient three dimensional data inversion : soil characterization and moisture monitoring from cross-well ground-penetrating radar at a Vermont test site, *Water Resour. Res.*, 34(8), 889–900, 1998.
- Evans, S., Radio techniques for the measurement of ice thickness, *Polar Record*, 11(73), 406–410, 1963.
- Everett, D., A general approach to hysteresis, part 3 : a formal treatment of the independent domain model of hysteresis, *Trans. Faraday Soc.*, 50, 1077–1096, 1954.
- Everett, D., A general approach to hysteresis, 4, *Trans. Faraday Soc.*, 51, 1551–1557, 1955.
- Everett, D. and Whitton, W., A general approach to hysteresis, *Trans. Faraday Soc.*, 48, 749–757, 1952.
- Evet, S. and Parkin, G., Advances in soil water content sensing : the continuing maturation of technology and theory, *Vadose Zone J.*, 4(4), 986–991, 2005.
- Famiglietti, J., Ryu, D., Berg, A., Rodell, M., and Jackson, T., Field observations of soil moisture variability across scales, *Water Resour. Res.*, 44(1), W01423, 2008.
- Fayer, M. and Simmons, C., Modified soil water retention functions for all matric suction, *Water Resour. Res.*, 31(5), 1233–1238, 1994.
- Feynman, R., Leighton, R., and Sand, M., *The Feynman Lectures on Physics : Electromagnetism 1*. Addison–Wesley, 1964.
- Fiori, A., Benedetto, A., and Romanelli, M., Application of the effective medium approximation for determining water contents through GPR in coarse-grained soil materials, *Geophysical Res. Lett.*, 32(L09404), 1–4, 2005.
- Fleury, M. and Longeron, D., Combined resistivity and capillary pressure measurements using micropore membrane technique, *Journal of Petroleum Science & Engineering*, 19, 73–79, 1998.
- Forsyth, P., Wu, Y., and Pruess, K., Robust numerical methods for saturated-unsaturated flow with dry initial conditions in heterogeneous media, *Adv. Water Resour.*, 18(1), 25–38, 1995.

- Fredlung, D. and Xing, A., Equations for the soil-water characteristic curve, *Can. Geotech. J.*, 31(4), 521–532, 1994.
- Fuentes, C., Haverkamp, R., and Parlange, J., Parameters constraints on closed-form soil water relationships, *J. Hydrol.*, 134(1-4), 117–142, 1992.
- Galagedara, L., Parkin, G., Redman, J., von Bertoldi, P., and Endres, A., Field studies of the GPR ground wave method for estimating soil water content during irrigation and drainage, *J. Hydrol.*, 301(1-4), 182–197, 2005.
- Garambois, S., Senechal, P., and Perroud, H., On the use of combined geophysical methods to assess water content and water conductivity of near-surface formations, *J. Hydrol.*, 259(1-4), 32–48, 2002.
- Gardner, W., Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation for a water table, *Soil Sci.*, 85, 228–233, 1958.
- Gerke, H. and van Genuchten, M. T., A dual porosity model for simulating the preferential movement of water and solutes in structured porous media, *Water Resour. Res.*, 29(2), 305–319, 1993.
- Giannopoulos, A., Modelling Ground-Penetrating Radar by GprMax, *Constr. Build. Mater.*, 19(10), 755–762, 2005.
- Goodman, D., Ground-penetrating radar simulation in engineering and archeology, *Geophysics*, 2(59), 224–232, 1994.
- Goodman, D. and Piro, S., *GPR Remote Sensing in Archeology*. 2013.
- Goodman, D., Piro, S., Nishimura, Y., Schneider, K., Hongo, H., Higashi, N., Steinberg, J., and Damiata, B., GPR archaeometry, *Ground Penetrating Radar theory and applications*, page 479, 2008.
- Goyal, V., Gupta, P., Seth, S., and Singh, V., Estimation of temporal changes in soil moisture using resistivity method, *Hydrol. Process.*, 10(9), 1147–1154, 2006.
- Greaves, R., Lesmes, D., Lee, J., and Toksöz, M., Velocity variations and water content estimated from multi-offset Ground-Penetrating Radar, *Geophysics*, 61(3), 683–695, 1996.
- Greenhouse, J., Brewster, M., Schneined, G., Redman, D., Annan, P., Olhoeft, G., Lucius, J., Sander, K., and Mazzella, A., Geophysics and solvents : The Borden experiment, *The Leading Edge*, 12, 261–267, 1993.
- Gribb, M., Šimuněk, J., and Leonard, M., Development of cone penetrometer method to determine soil hydraulic properties, *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 124(9), 820–829, 1998.
- Grote, K., Hubbard, S., and Rubin, Y., GPR monitoring of volumetric water content in soils applied to highway construction and maintenance, *The Leading Edge*, 21(5), 482–504, 2002.

- Guadagnini, A., Neuman, S., Schaap, M., and Riva, M., Anisotropic statistical scaling of vadose zone hydraulic property estimates near Maricopa, Arizona, *Water Resour. Res.*, 49(12), 8463–8479, 2013.
- Haarder, E., Jensen, M. L. K., and Nielsen, L., Visualizing unsaturated flow phenomena using high-resolution reflection Ground-Penetrating Radar, *Vadose Zone J.*, 10(1), 84–97, 2011.
- Hailikainen, M., Ulaby, F., Dobson, M., El-Rayes, M., and Wu, L., Microwave dielectric behavior of wet soil, I. empirical models and experimental observations, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, GE-23(1), 25–34, 1985.
- Haines, W., Studies in the physical properties of soils : 5 the hysteresis effect in capillary properties and the modes of moisture distribution associated therewith, *J. Agr. Sci.*, 20, 91–116, 1930.
- Hasted, J., *Aqueous Dielectric*. Chapman and Hall, London, 1973.
- Haverkamp, R. and Parlange, J., Predicting the water retention curve from particle size distribution : 1. sandy soils without organic matter, *Soil Sci.*, 142(6), 325–339, 1986.
- Haverkamp, R., Vauclin, M., Touma, J., Wierenga, P., and Vachaud, G., A comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 2(41), 285–294, 1977.
- Haverkamp, R., Ross, P., Smettem, K., and Parlange, J., Three-dimensionnal analysis of infiltration from the disc infiltrometer : 2. physically based infiltration equation, *Water Resour. Res.*, 30(11), 2931–2935, 1994.
- Haverkamp, R., Arrue, J., Vandervaere, J.-P., Braud, I., Boulet, G., Laurent, J., Taha, A., Ross, P., and Angulo-Jamarillo, R. Hydrological and thermal behaviour of the vadose zone in the area of Barrax and Tomelloso (Spain) : Experimental study, analysis and modeling. Technical report, Project UE n. EV5C-CT 92 00 90, 1996.
- Haverkamp, R., Bouraoui, F., Zammit, C., Angulo-Jamarillo, R., and Delleur, J. *The handbook of groundwater engineering*, chapter Soil properties and moisture movement in the unsaturated zone. CRC, Boca Raton, FL., 1999.
- Haverkamp, R., Leij, F., Fuentes, C., Sciortino, A., and Ross, P., Soil water retention : I. introduction of a shape index, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 69(6), 1881–1890, 2005.
- Heimovaara, T., Frequency domain analysis of time domain reflectometry waveforms. 1. Measurement of the complex dielectric permittivity of soils, *Water Resour. Res.*, 30(2), 189–199, 1994.
- Hermans, T., Widemeersch, S., Jamin, P., Orban, P., Brouyère, S., Dassargues, A., and Nguyen, F., Quantitative temperature monitoring of a heat tracing experiment using cross-borehole ERT., *Geothermics*, 53, 14–26, 2015.
- Hillel, D., *Introduction to environmental soil physics*. Academic press, 2003.

- Hopmans, J. and Dane, J., Temperature dependence of soil hydraulic properties, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 50(1), 4–9, 1986.
- Hubbard, S. and Rubin, Y., Hydrogeological parameter estimation using geophysical data : A review of selected techniques, *Journal of Contam. Hydrol.*, 45(1-2), 1623–1630, 2000.
- Huisman, J., Weerts, A., Heimovaara, T., and Bouten, W., Comparison of travel time analysis and inverse modeling for soil water content determination with time domain reflectometry, *Water Resour. Res.*, 38(6), 131–138, 2002.
- Huisman, J., Hubbard, S., Redman, J., and Annan, A., Measuring soil water content with Ground-Penetrating Radar., *Vadose Zone J.*, 2(4), 476–491, 2003.
- Hülsenbeck. German Pat. No. 489434. Technical report, 1926.
- Hupet, F., Lambot, S., Javaux, M., and Vanclooster, M., On the identification of macroscopic root water uptake parameters from soil water content observations, *Water Resour. Res.*, 38(12), 1556, 2002.
- Huyer, W. and Neumaier, A., Global optimization by multilevel coordinate search, *Journal of Global Optimization*, 4(14), 331–355, 1999.
- Iman, R. L. and Shortencarier, M. J., LHS : A program to generate input samples for multivariate simulations, *The American Statistician*, 39(3), 212, 1985.
- Irving, J. and Knight, R., Removal of wavelet dispersion from ground-penetrating radar data, *Geophysics*, 68(3), 960–970, 2003.
- Irving, J. and Knight, R., Numerical modeling of Ground-Penetrating Radar in 2D using Matlab, *Comput. Geosci.*, 32(9), 1247–1258, 2006.
- Jackson, J., *Classical electrodynamics*. John Wiley and Sons, 1975.
- Jadoon, K., Weihermüller, L., Scharnagl, B., Kowalsky, M., Bechtold, M., Hubbard, S., Vereecken, H., and Lambot, S., Estimation of soil hydraulic parameters in the field by integrated hydrogeophysical inversion of time-lapse Ground-Penetrating Radar, *Vadose Zone J.*, 11(4), 2012.
- Jol, H. M., *Ground Penetrating Radar Theory and Applications*. Elsevier, 2009.
- Jonard, F. *Soil water content estimation using ground-based active and passive microwave remote sensing. Ground-penetrating radar and radiometer*. PhD thesis, Université catholique de Louvain, 2012.
- Jonard, F., Weihermüller, L., Vereecken, H., and Lambot, S., Accounting for soil surface roughness in the inversion of ultrawideband off-ground GPR signal for soil moisture retrieval, *Geophysics*, 77(1), H1–H7, 2012.
- Jones, J. and Woodward, C., Newton-Krylov-multigrid solvers for large-scale, highly heterogeneous, variably saturated flow problems, *Adv. Water Resour.*, 24(7), 763–774, 2001.

- Kadaba, P. Penetration of 0.1 GHz to 1.5 GHz electromagnetic waves into the earth surface for remote sensing applications. In IEEE, editor, *Proc. IEEE S.E. Region 3 Conf.*, pages 48–50, 1976.
- King, R., Smith, G., Owen, M., and Wu, T., *Antennas in Matter : Fundamentals, theory, and applications*. MIT Press, 1981.
- Klein, L. and Swift, C., An improved model for the dielectric constant of sea water at microwave frequencies, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 25(1), 104–111, 1977.
- Klötzsche, A. *Full-waveform inversion of crosshole GPR data for hydrogeological applications*. PhD thesis, Jülich forschungszentrum, 2013.
- Klötzsche, A., van der Kruk, J., Linde, N., Doetsch, J., and Vereecken, H., 3D characterization of high-permeability zones in a gravel aquifer using 2D crosshole GPR full-waveform inversion and waveguide detection, *Geophys. J. Int.*, 2(195), 932–944, 2013.
- Klute, A. *Methods of soil analysis*, chapter Laboratory measurements of hydraulic conductivity of saturated soil, pages 253–261. 1965.
- Klute, A. and Dirksen, C. *Methods of soil analysis. Part. Physical and mineralogical methods*, chapter Hydraulic conductivity and diffusivity : laboratory methods, pages 687–729. Soil Science Society of America, Inc., Madison, WI., 1986.
- Knight, R., Hysteresis in the electrical resistivity of partially saturated sandstones, *Geophysics*, 56(12), 2139–2147, 1991.
- Knight, R., Ground Penetrating Radar for environmental applications, *Annu. Rev. Earth. Planet. Sci.*, 29, 229–255, 2001.
- Knight, R. and Abad, A., Rock/water interaction in dielectric properties : Experiments with hydrophobic sandstones, *Geophysics*, 60(2), 431–436, 1995.
- Knight, R., Grunewald, E., Irons, T., Dlubac, K., Song, Y.-Q., Bachman, H., Grau, B., Walsh, D., Abraham, J., and Cannia, J., Field experiment provides ground truth for surface NMR measurement, *Geophy. Res. Lett.*, 39(3), 2012.
- Knoll, M. *Petrophysical Basis for Ground Penetrating Radar and very Early Time Electromagnetics : Electrical Properties of Sand-Clay Mixtures*. PhD thesis, University of British Columbia, Vancouver, 1996.
- Kodešová, R., Gribb, M., and Šimunek, J., Estimating soil hydraulic properties from transient cone permeameter data, *Soil Sci.*, 163(6), 436–453, 1998.
- Kool, J. and Parker, J., Development and evaluation of closed-form expressions for hysteretic soil hydraulic properties, *Water Resour. Res.*, 23(1), 105–114, 1987.
- Kosugi, K., Hopmans, J., and Dane, J. *Methods of Soil Analysis, Part 4, Physical Methods*, chapter Parametric Models, pages 739–755. Soil Science Society of America, Inc., Madison, WI., 2002.

- Kowalsky, M., Dietrich, P., Teutsch, G., and Rubin, Y., Forward modeling of Ground-Penetrating Radar using digitized outcrop images and multiple scenarios of water saturation, *Water Resour. Res.*, 37(6), 1615–1626, 2001.
- Kowalsky, M., Finsterle, S., Peterson, J., Hubbard, S., Rubin, Y., Majer, E., Ward, A., and Gee, G., Estimation of field-scale soil hydraulic and dielectric parameters through joint inversion of GPR and hydrological data, *Water Resour. Res.*, 41(11), 1–19, 2005.
- Kunz, K. and Luebbers, R., *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*. CRC Press, 1993.
- Lagarias, J., Reeds, J., Wright, M., and Wright, P. Convergence properties of the Nelder-Mead algorithm in low dimensions. Technical report, AT&T Bell laboratories, Murray Hill, New Jersey, USA, 1995.
- Lai, W., Tsang, W., Fang, H., and Xiao, D., Experimental determination of bulk dielectric properties and porosity of porous asphalt and soils using GPR and a cyclic moisture variation technique, *Geophysics*, 71(4), K93–K102, 2006.
- Lai, W., Kou, S., and Poon, C., Unsaturated zone characterization in soil through transient wetting and drying using GPR joint time-frequency analysis and grayscale images, *J. Hydrol.*, 452–453, 1–13, 2012.
- Lambot, S., Javaux, M., Hupet, F., and Vanclooster, M., A global multilevel coordinate search procedure for estimating the unsaturated soil hydraulic properties, *Water Resour. Res.*, 38(11), 6–1, 2002.
- Lambot, S., Slob, E., van den Bosch, I., Stockbroeckx, B., and Vanclooster, M., Modeling of ground-penetrating radar for accurate characterization of subsurface electric properties, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 42(11), 2555–2568, 2004.
- Lambot, S., Slob, E., Vanclooster, M., and Vereecken, H., Closed loop GPR data inversion for soil hydraulic and electric property determination., *Geophys. Res. Lett.*, 33(21), L21405.1–L21405.5, 2006.
- Lambot, S., Slob, E., Rhebergen, J., Lopera, O., Jadoon, K., and Vereecken, H., Remote estimation of the hydraulic properties of a sand using full-waveform integrated hydrogeophysical inversion of time-lapse, off-ground GPR data, *Vadose Zone J.*, 8(3), 743–754, 2009.
- Larousse, L. P. *Déterminer*. 2008.
- Lassabatere, L., Angulo-Jamarillo, R., Ugalde, J. S., Cuenca, R., Braud, I., and Haverkamp, R., Beerkan Estimation of Soil Transfert Parameters through infiltration experiments-BEST, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 70(2), 521–532, 2006.
- Léger, E. and Saintenoy, A. Surface Ground-Penetrating Radar monitoring of water infiltration inside a ring infiltrometer. In *Proceedings of the 14th International Conference on GPR, Shanghai, China*, pages 680–683. IEEE, 2012.

- Léger, E., Saintenoy, A., Coquet, Y., and Tucholka, P., Evaluating water retention hysteresis in a large sand column using surface GPR, *Water Resour. Res.*, Submitted.
- Léger, E., Saintenoy, A., and Coquet, Y. Estimating saturated hydraulic conductivity from surface Ground-Penetrating Radar monitoring of infiltration. In Šimůnek, J., van Genuchten, M., and Kodesova, R., editors, *Proceedings of the 4th International Conference Hydrus Software Applications to Subsurface Flow and Contaminant Transport Problems*, pages 215–224, Prague, Czech Republic, March 21–22 2013. Dept. of Soil Science and Geology, Czech University of Life Sciences, Prague, Czech Republic, ISBN : 978-80-213-2380-3.
- Léger, E., Saintenoy, A., and Coquet, Y., Hydrodynamic parameters of a sandy soil determined by Ground Penetrating Radar inside a single ring infiltrometer, *Water Resour. Res.*, 50(7), 5459–5474, 2014.
- Léger, E., Saintenoy, A., Tucholka, P., and Coquet, Y., Hydrodynamic parameters of a sandy soil determined by Ground Penetrating Radar monitoring of Porchet infiltrations, *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. in Remote Sens.*, in press, 2015.
- Leij, F., Haverkamp, R., Fuentes, C., Zatarain, F., and Ross, P., Soil water retention : II derivation and application of shape index, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 69, 1891–1901, 2005.
- Lesmes, D. and Friedman, S. *Hydrogeophysics*, chapter Relationship between the electrical and hydrogeological properties of rocks and soils. Springer, 2005.
- Liu, H. and Sato, M., In situ measurement of pavement thickness and dielectric permittivity by GPR using an antenna array, *NDT & E International*, 64, 65–71, 2014.
- Loeffler, O. and Bano, M., Ground Penetrating Radar measurements in a controlled vadose zone : Influence of the water content, *Vadose Zone J.*, 3(4), 1082–1092, 2004.
- Lopes, F. *Inversion des formes d'ondes électromagnétiques de données radar (GPR) multioffsets*. PhD thesis, Institut de Physique du Globe de Paris, 2009.
- Lui, H. and Fan, G., Simulation of GPR in dispersive media using a frequency-dependent PSTD algorithm, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 37(5), 2317–2324, 1999.
- Lunt, I., Hubbard, S., and Rubin, Y., Soil moisture content estimation using Ground-Penetrating Radar reflection data, *J. Hydrol.*, 307(1-4), 254–269, 2005.
- Mangel, A., Moysey, S., Ryan, J., and Tarbutton, J., Multi-offset Ground-Penetrating Radar imaging of a lab-scale infiltration test, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 16, 4009–4022, 2012.
- Martinez, G., Vanderlinden, K., Giraldezb, J., Espejoa, A., and Muriela, J., Field-scale soil moisture pattern mapping using electromagnetic induction, *Vadose Zone J.*, 4(9), 871–881, 2010.
- Maxwell, J., *A Treatise on Electricity and Magnetism*, volume 1. MacMillan and Co, Oxford University, 1873.

- Maxwell-Garnett, J., Colors in metal glasses and in metal films, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Serie A(203), 385–420, 1904.
- Mboh, C., Huisman, J., and Vereecken, H., Feasability of sequential and coupled inversion of time domain reflectometry data to infer soil hydraulic parameters under falling head infiltration, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 75(3), 775–786, 2011.
- McKay, M., Beckman, R., and Conover, W., A comparison of three methods for selecting value of input variables in the analysis of output form : a computer code, *Technometrics*, 21(2), 239–245, 1979.
- Meles, G., van der Kruk, J., Greenhalgh, S., Ernst, J., Maurer, H., and Green, A., A new vector waveform inversion algorithm for simultaneous updating of conductivity and permittivity parameters from combination crosshole/borehole-to-surface GPR data, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 48(9), 3391–3407, 2010.
- Meles, G., Greenhalgh, S., Green, A., Maurer, H., and van der Kruk, J., GPR full-waveform sensitivity and resolution analysis using an FDTD adjoint method., *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 50(5), 1881–1896, 2012.
- Metropolis, N. and Ulam, S., The Monte Carlo method, *Journal of the American Statistical Association*, 44(247), 335–341, 1949.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., and Teller, E., Equations of state calculations by fast computing machines, *J. Chem. Phys.*, 21, 1087–1092, 1953.
- Michot, D., Benderitter, Y., Dorigny, A., Nicoullaud, B., King, D., and Tabbagh, A., Spatial and temporal monitoring of soil water content with an irrigated corn crop cover using surface electrical resistivity tomography, *Water Resour. Res.*, 39(5), 20, 2003.
- Milly, P., A mass conservation procedure for time-stepping in models of unsaturated flow, *Adv. Water Resour.*, 8, 32–36, 1985.
- Minet, J. *High-Resolution soil moisture mapping by a proximal ground penetrating radar. A numerical, laboratory and field evaluation.* PhD thesis, Université catholique de Louvain, 2011.
- Minet, J., Lambot, S., Slob, E., and Vanclooster, M., Soil surface water content estimation by full-waveform GPR signal inversion in the presence of thin layers, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 48(3), 1138–1150, 2011.
- Minet, J., Bogaert, P., Vanclooster, M., and Lambot, S., Validation of ground penetrating radar full-waveform inversion for field scale soil moisture mapping, *J. Hydrol.*, 424–425, 112–123, 2012.
- Morey, R. Continuous sub-surface profiling by impulse radar. In Eng., A. S. C., editor, *Proc. Conf. Subsurface Exploration for Underground Excavation and Heavy Construction*, pages 213–232, 1974.
- Morow, N. and Harris, C., Capillary equilibrium in porous materials, *Soc. Petrol. Eng. J.*, 5, 15–24, 1965.

- Moss, A., Jing, X., and Archer, J., Laboratory investigation of wettability and hysteresis effects on resistivity index and capillary pressure characteristics, *Journal of Petroleum Science & Engineering*, 24, 231–242, 1999.
- Moysey, S., Hydrologic trajectories in transient Ground-Penetrating Radar reflection data, *Geophysics*, 75(4), WA211–WA219, 2010.
- Mualem, Y., Modified approach to capillary hysteresis based on a similarity hypothesis, *Water Resour. Res.*, 9(5), 1324–1331, 1973.
- Mualem, Y., A conceptual model of hysteresis, *Water Resour. Res.*, 10(3), 514–520, 1974.
- Mualem, Y., A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media., *Water Resour. Res.*, 12(3), 513–522, 1976.
- Mualem, Y., Extension of the similarity hypothesis used for modeling the soil water characteristics, *Water Resour. Res.*, 13(4), 773–780, 1977.
- Mualem, Y., A modified dependent-domain theory of hysteresis, *Soil Sci.*, 137(5), 283–291, 1984.
- Mualem, Y. and Dagan, G., A dependent domain model of capillary hysteresis in porous materials, *Water Resour. Res.*, 11(3), 452–460, 1975.
- Muntz, A., Faure, L., and Laine, E., Études sur la perméabilité des terres, faites en vue de l'arrosage, *Ann. de la Direction de l'Hydraulique*, f33, 45–53, 1905.
- Mzuku, M., Khosla, R., Reich, R., Inman, D., Smith, F., and MacDonald, L., Spatial variability of measured soil properties across site-specific management zones., *Soil Sci. Am. J.*, 69, 1572–1579, 2005.
- Narasimhan, T. and Whitherspoon, P., An integral finite difference method for analysing fluid flow in porous media, *Water Resour. Res.*, 12(1), 57–64, 1976.
- Néel, L., Théorie des lois d'aimantation de Lord Rayleigh, 1, *Cahiers Phys.*, 12, 1–20, 1942.
- Néel, L., Théorie des lois d'aimantation de Lord Rayleigh, 2, *Cahiers Phys.*, 13, 18–30, 1943.
- Nelder, J. and Mead, R., A Simplex method for function minimization, *Computer Journal*, (7), 308–313, 1965.
- Neuman, S., Saturated-unsaturated seepage by finite elements, *J. Hydraul. Div. Am. Civ. Eng.*, 99(HY12), 2233–2250, 1973.
- Oldenburg, D. and Li, Y., Inversion of induced polarization data, *Geophysics*, 59, 1327–1341, 1994.
- Parkin, G., Redman, D., von Bertoldi, P., and Zhang, Z., Measurement of soil water content below a wastewater trench using ground penetrating radar, *Water Resour. Res.*, 36(8), 2147–2154, 2000.

- Parlange, J., Theory of water-movement in soils : 1. one dimensionnal absorption, *Soil Sci.*, 111(2), 134–137, 1971a.
- Parlange, J., Theory of water-movement in soils : 3. two and three dimensionnal absorption, *Soil Sci.*, 112(5), 1205–1215, 1971b.
- Perroux, K. and White, I., Designs for disc permeameters, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 52(5), 1205–1215, 1988.
- Peters, A. and Durner, W., Simplified evaporation method for determining soil hydraulic properties, *J. Hydrol.*, 356(1), 147–162, 2008.
- Philip, J., An infiltration equation with physical significance, *Soil Sci.*, 77(2), 153–158, 1954.
- Philip, J., The theory of infiltration : 1 the infiltration equation and its solution, *Soil Sci.*, 83(5), 345–358, 1957a.
- Philip, J., The theory of infiltration : 2 the profile of infinity, *Soil Sci.*, 83(6), 435–448, 1957b.
- Philip, J., The theory of infiltration : 4 sorptivity and algebraic infiltration equations, *Soil Sci.*, 84(3), 257–264, 1957c.
- Philip, J., Similarity hypothesis for capillary hysteresis in porous materials, *J. Geophys. Res.*, 69(8), 1553–1562, 1964.
- Philip, J., Theory of infiltration, *Adv. Hydrosci.*, 5(5), 215–305, 1969.
- Philip, J., Approximative analysis of the borehole permeameter in unsaturated soil, *Water Resour. Res.*, 21(7), 1025–1033, 1985.
- Porchet, M. and Laferrere, H. Détermination des caractéristiques hydrodynamiques des sols en place. Mémoire et notes techniques. Technical Report 2, Annales du Ministère de l'Agriculture, 1935.
- Poulovassilis, A., Hysteresis of pore water, an application of the concept of independent domains, *Soil Sci.*, 93, 405–412, 1962.
- Poulovassilis, A., Hysteresis of pore water in granular porous bodies, *Soil Sci.*, 109, 5–12, 1970.
- Powers, M. H. *Dispersive Ground Penetrating Radar modeling in 2D*. PhD thesis, Colorado school of Mines, Golden, Co, 1995.
- Powers, M. H., Modeling frequency-dependent GPR, *The leading edge*, 16(11), 1657–1662, 1997.
- Powers, M. H. and Olhoeft, G. Modeling dispersive ground-penetrating radar data. In IEEE, editor, *Proceedings of the 5th International Conference on Ground-Penetrating Radar*, pages 173–183, Waterloo, Ontario, 1994.

- Preisach, F., Ubcurve magnetische nachwirkung, *Z. Physik*, 94, 277–302, 1935.
- Press, W., Flannery, B., Teukolsky, S., and Vetterling, W., *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1988.
- Reiss, S., Reicherter, K., and Reuther, C. *Ground Penetrating Radar in Sediments*, volume 211, chapter Visualization and characterization of active normal faults and associated sediments by high-resolution GPR. Geological Society, London, 2003.
- Reynolds, W. *Soil Sampling and Methods of Analysis*, chapter Saturated hydraulic properties : well permeameter, pages 1025–1042. 2nd ed. CRC Press, Boca Raton, FL, 2008.
- Reynolds, W. and Elrick, D., Determination of hydraulic conductivity using a tension infiltrometer, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 55(3), 633–639, 1991.
- Reynolds, W. and Elrick, D. *Methods of Soils Analysis. Part 4. Physical Methods*, chapter Constant head well permeameter (Vadose zone)., pages 844–858. Soil Science Society of America, Inc., Madison, WI., 2002.
- Reynolds, W., Elrick, D., and Topp, G., A re-examination of the constant head well permeameter method for measuring saturated hydraulic conductivity above the water table, *Soil Sci.*, 136(4), 250–268, 1983.
- Reynolds, W., Elrick, D., and Clothier, B., The constant head well permeameter : Effect unsaturated flow, *Soil Sci.*, 139(2), 172–180, 1985.
- Rhoades, J., Raats, P., and Prather, R., Effects of liquid-phase electrical conductivity, water content, and surface conductivity on bulk soil electrical conductivity, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 40(5), 651–655, 1976.
- Richards, L., Capillary conduction of liquids through porous mediums, *J. Appl. Phys.*, 1 (5), 318–333, 1931.
- Robinson, D. A., Campbell, C., Hopmans, J., Hornbuckle, B., Jones, S., Knight, R., Ogden, F., Selker, J., and Wendroth, O., Soil moisture measurement for ecological and hydrological water-scale observatories : A review, *Vadose Zone J.*, 7(1), 358–389, 2008.
- Robinson, D., Jones, S., Wraith, J., Or, D., and Friedman, S., A review of advances in dielectric and electrical conductivity measurement in soils using time domain reflectometry, *Vadose Zone J.*, 2(4), 444–475, 2003.
- Romano, N., Use of an inverse method and geostatistics to estimate soil hydraulic conductivity for spatial variability analysis, *Geoderma*, 60(1), 169–186., 1993.
- Ross, P. and Parlange, J., Comparing exact and numerical solutions of Richards equation for one-dimensional infiltration and drainage, *Soil Sci.*, 157(6), 341–344, 1994.
- Ross, P. and Smettem, K., Describing soil hydraulic properties with sums of simple functions, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 57(1), 26–29, 1993.

- Roth, K., Schulin, R., Flühler, H., and Attinger, W., Calibration of time domain reflectometry for water content measurement using a composite dielectric approach, *Water Resour. Res.*, 26(10), 2267–2273, 1990.
- Rubin, Y., Mavko, G., and Harris, J., Mapping permeability in heterogeneous aquifers using hydrologic and seismic data, *Water Resour. Res.*, 28(7), 1809–1816, 1992.
- Russo, D. and Bouton, M., Statistical analysis of spatial variability in unsaturated flow parameters, *Water Resour. Res.*, 28(7), 1911–1925, 1992.
- Saintenoy, A. *Radar géologique : acquisition multi-dépôts pour une mesure multi-paramètres*. PhD thesis, Univ. Paris 7, 1998.
- Saintenoy, A. and Hopmans, J., Ground Penetrating Radar : Water table detection sensitivity to soil water retention properties, *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. in Remote Sens.*, 4(4), 748–753, 2011.
- Saintenoy, A., Schneider, S., and Tucholka, P., Evaluating Ground-Penetrating Radar use for water infiltration monitoring, *Vadose Zone J.*, 7(1), 208–214, 2008.
- Saintenoy, A., Rejiba, F., Léger, E., Bonde, S., and Maines, C. Ground Penetrating Radar prospection at the charterhouse of Bourghfontaine. In *Proceedings of the 15th International Conference on GPR, Bruxelles, Belgium*, pages 1–5, 2014.
- Sandmeier, K. J. *ReflexW manual, version 4.5*. www.sandmeier-geo.de, July 2007.
- Sato, M. and Mooney, H., The electrochemical mechanism of sulfide self-potentials, *Geophysics*, 25(1), 226–249, 1960.
- Scales, J., *Theory of Seismic Imaging*. Samizdat Press, 1997.
- Schindler, U., Durner, W., von Unold, G., Mueller, L., and Wieland, R., The evaporation method : Extending the measurement range of soil hydraulic properties using the air-entry pressure of the ceramic cup, *J. Plant Nutr. Soil. Sci.*, 173(4), 563–572, 2010a.
- Schindler, U., Durner, W., von Unold, G., and Muller, L., Evaporation method for measuring unsaturated hydraulic properties of soils : Extending the measurement range, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 74(4), 1071–1083, 2010b.
- Schneider, S. *Estimation des paramètres hydrodynamiques des sols à partir d'une modélisation inverse de données d'infiltration et de résistivité électrique*. PhD thesis, Université Paris-Sud, 2010.
- Schön, J., *Physical properties of rocks : fundamentals and principles of petrophysics*. Pergamon Press, Inc, 1996.
- Scott, P., Farquhar, G., and Kouwen, N. *Hysteretic effects on net infiltration, Advances in infiltration*, volume 11-83, chapter Advances in infiltration, pages 163–170. Am. Soc. Agric. Eng., 1983.
- Seigel, H., Mathematical formulation and type curves for induced polarization, *Geophysics*, 24, 547–565, 1959.

- Sen, P., Scala, C., and Cohen, M., A self-similar model for sedimentary rocks with applications to the dielectric constant of fused glass beads, *Geophysics*, 46(5), 781–795, 1981.
- Sethian, J. and Popovici, A., 3-D travel time computation using the fast marching method, *Geophysics*, 64(2), 516–523, 1999.
- Sheets, K. and Hendrickx, J., Non invasive soil water content measurement using electromagnetic induction, *Water Resour. Res.*, 31(10), 2401–2409, 1995.
- Shi, J. C., Du, Y., Du, J. Y., Jiang, L. M., Chai, L. N., Mao, K. B., Xu, P., Ni, W. J., Xiong, C., Liu, Q., Liu, C. Z., Guo, P., Cui, Q., Li, Y. Q., Chen, J., Wang, A. Q., Luo, H. J., and Wang, Y. H., Progresses on microwave remote sensing of land surface parameters, *Science China-Earth Sciences*, 55(7), 1052–1078, 2012.
- Shivola, A., *Electromagnetic mixing formulas and applications*, volume 47. Electromagnetic Waves Series, London, 1999.
- Shouse, P. J., Russell, W. B., Burden, D. S., Selim, H. M., Sisson, J. B., and Van Genuchten, M. T., Spatial variability of soil water retention functions in a silt loam soil, *Soil Sci.*, 159(1), 1–12, 1995.
- Sill, W., Self-potential modeling from primary flows, *Geophysics*, 48, 76–86, 1983.
- Šimunek, J. and van Genuchten, M. T., Estimating unsaturated soil hydraulic properties from tension disc infiltrometer data by numerical inversion, *Water Resour. Res.*, 9(32), 2683–2696, 1996.
- Šimunek, J., Vogel, T., and van Genuchten, M. T. The SWMS-2D Code for Simulating Water Flow and Solute Transport in Two-Dimensional Variably Saturated Media. Technical Report Research Report No. 132,, USDA-ARS U.S. Salinity Laboratory, Riverside, California., 1994.
- Šimunek, J., Kodešová, R., Gribb, M., and van Genuchten, M., Estimating hysteresis in the soil water retention function from cone permeameter experiments, *Water Resour. Res.*, 35(5), 1329–1345, 1999.
- Šimunek, J., van Genuchten, M. T., and Sejna, M., Development and applications of the HYDRUS and STANMOD software packages, and related codes, *Vadose Zone J.*, 7(2), 587–600, 2008.
- Skolnik, M., *Introduction to radar systems*. McGraw-Hill, 1981.
- Slater, L., Ntarlagiannis, D., and Day-Lewis, F., Use of electrical imaging and distributed temperature sensing methods to characterize surface water-groundwater exchange regulating uranium transport at the Hanford 300 area, Washington, *Water Resour. Res.*, 46(10), W10533, 2010.
- Smettem, K. and Clothier, B., Measuring unsaturated sorptivity and hydraulic conductivity using multi-disc permeameters, *Soil Sci.*, 40(3), 563–568, 1989.

- Smettem, K., Parlange, J., Ross, P., and Haverkamp, R., Three-dimensionnal analysis of infiltration from the disc infiltrometer : 1. Capillarity-based theory, *Water Resour. Res.*, 30(11), 2925–2929, 1994.
- Smettem, K., Ross, P., Haverkamp, R., and Parlange, J., Three-dimensionnal analysis of infiltration from the disc infiltrometer : 3. Parameter estimation using a double-disk tension infiltrometer, *Water Resour. Res.*, 31(10), 2491–2495, 1995.
- Sow, S. Caractérisation hydrodynamique des sols de Valduc à partir des mesures de rétention en eau et de conductivité hydraulique in situ et application d'un modèle hydrodynamique. Master's thesis, Université Paris 11 Orsay, 2009.
- Steelman, C. M., Endres, A. L., and Jones, J. P., High resolution ground penetrating radar monitoring of soil moisture dynamics : Field results, interpretation, and comparison with unsaturated flow model, *Water Resour. Res.*, 48(9), 538–555, 2012.
- Stenson, B. *Radar methods for the exploration of glaciers*. PhD thesis, Calif. Inst. Tech., 1951.
- Stogryn, A., Equations for calculating the dielectric constant of saline water, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, MTT-19(8), 733–736, 1971.
- Taflove, A., *Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, 1995.
- Talsma, T., Hysteresis in two sands and independent domain model, *Water Resour. Res.*, 6(3), 964–970, 1970.
- Taner, M., Koehler, F., and Sheriff, R., Complex seismic trace analysis, *Geophysics*, 44(6), 1041–1063, 1979.
- Tarantola, A., *Inverse problem theory*. Elsevier, New York, 1987.
- Tarantola, A., *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. SIAM, 2005.
- Thony, J., Vachaud, P., Clothier, G., and Angulo-Jamarillo, R., Field measurement of the hydraulic properties of soil, *Soil Technol.*, 4(2), 111–123, 1991.
- Topp, G., Soil water hysteresis measured in sandy loam compared with the hysteric domain model, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 33, 645–651, 1969.
- Topp, G., Soil water hysteresis in silt loam and clay loam soils, *Water Resour. Res.*, 7(4), 914–920, 1971.
- Topp, G. and Miller, E., Hysteretic moisture characteristics and hydraulic conductivities for glass-bead media, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 30(2), 156–162, 1966.
- Topp, G., Davis, J., and Annan, A., Electromagnetic determination of soil water content : Measurements in coaxial transmission lines, *Water Resour. Res.*, 16(3), 574–582, 1980.

- Torczon, V. *Multi-directional search : A direct search algorithm for parallel machines*. PhD thesis, Rice University, Houston, Texas, USA, 1989.
- Trinks, I., Wachsmuth, D., and Stumpel, H., Monitoring water flow in the unsaturated zone using georadar, *First Break*, 19(12), 679–684, 2001.
- Truss, S., Grasmueck, M., Vega, S., and Viggiano, D., Imaging rainfall drainage with the miami oolitic limestone using high-resolution time-laps Ground-Penetrating Radar, *Water Resour. Res.*, 43(3), 2007.
- Tsui, F. and Matthews, S., Analytical modelling of the dielectric properties of concrete for subsurface radar applications, *Constr. Build. Mater.*, 11(3), 149–161, 1997.
- Turner, G., Subsurface radar propagation deconvolution, *Geophysics*, 59, 215–223, 1994.
- Umwelt-Monitoring-System. KSAT for determination of saturated hydraulic conductivity on 250 cc soil samples by constant-head and falling-head experiments. <http://www.ums-muc.de>.
- Unterberger, R. Radar and sonar probing for salt. pages 423–437, 1978.
- Vachaud, G. and Thony, J., Hysteresis during infiltration and redistribution in a soil column at different initial water contents, *Water Resour. Res.*, 7, 111–127, 1971.
- van der Kruk, J., Properties of surface waveguide derived from inversion of fundamental and higher mode dispersive GPR data, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 44(10), 2908–2915, 2006.
- van der Kruk, J., Jacob, R., and Vereecken, H., Properties of precipitation-induced multilayer surface waveguides derived from inversion and disperse TE and TM GPR data, *Geophysics*, 75(4), WA263–WA273, 2010.
- van Genuchten, M. T., A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44(5), 892–898, 1980.
- Vereecken, H., Huisman, J., Bogaen, H., and Vanderborght, J., On the value of soil moisture measurements in vadose zone hydrology : A review, *Water Resour. Res.*, 44(4), 1–21, 2008.
- Verhoest, N., Lievens, H., W, W., Alvarez-Mozos, L., Moran, M., and Mattia, F., On the soil roughness parametrization problem in soil moisture retrieval of bare surfaces from synthetic aperture radar, *Sensors*, 8(7), 4213–4248, 2008.
- Vidale, J., Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions, *Geophysics*, 55(5), 521–526, 1990.
- Vogel, T., Gerke, H., Zhang, R., and Genuchten, M. V., Modeling flow and transport in a two-dimensional dual-permeability system with spatially variable hydraulic properties, *J. Hydrol.*, 238(1-2), 78–89, 2000.

- Vrugt, J., Gupta, H., Bouten, W., and Sorooshian, S., A Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm optimization and uncertainty assesment of hydrologic models parameters, *Water Resour. Res.*, 39(8), 2003.
- Vrugt, J., Gupta, H., Dekker, S., Sorooshian, S., Wagener, T., and Bouten, W., Application of stochastic parameter optimization to the Sacramento soil moisture accounting model, *J. Hydrol.*, 325(1-4), 288–307, 2006.
- Vrugt, J., Stauffer, P., Wöhling, T., Robinson, B., and Vesselinov, V., Inverse modeling of subsurface flow and transport properties : A review with new developments, *Vadose Zone J.*, 7(2), 843–864, 2008.
- Wagner, W., Blöschl, G., Pampaloni, P., Calvet, J., Bizzarri, B., Wigneron, J., and Kerr, Y., Operational readiness of microwave remote sensing of soil moisture for hydrologic applications, *Nordic Hydrology*, 38(1), 1–20, 2007.
- Wang, Y., Shao, M., Han, X., and Liu, Z., Spatial variability of soil parameters of the van Genuchten model at a regional scale, *Clean Soil Air Water*, 43(2), 271–278, 2014.
- Weihermüller, L., Huisman, J., Lambot, S., Herbst, M., and Vereecken, H., Mapping the spatial variation of soil water content at field scale with different ground penetrating radar techniques, *J. Hydrol.*, 340(3-4), 205–216, 2007.
- Weihnacht, B. and Boerner, F., Measurement of retention functions with hysteresis using ground-penetrating radar, *Near Surf. Geophys.*, 12, 539–548, 2014.
- White, I. and Sully, M., Macroscopic and microscopic capillarity length and time scales for field infiltration, *Water Resour. Res.*, 23(8), 1514–1522, 1987.
- Wigneron, J., Calvet, J., Pellarin, T., van de Griend, A., Berger, M., and Ferrazzoli, P., Retrieving near-surface soil moisture from microwave radiometric observations : current status and future plans, *Remote Sens. Environ.*, 85, 489–506, 2003.
- Witerlski, T., Perturbation analysis for wetting fronts in richards' equation, *Transp. Porous Med.*, 27(2), 121–134, 1997.
- Wobschall, D., A theory of the complex dielectric permittivity of soil containing water : The semidisperse model, *IEEE Trans. Geosci. Electron.*, GE-15(1), 49–58, 1977.
- Wooding, R., Steady infiltration from a shallow circular pond, *Water Resour. Res.*, 4, 1259–1273, 1968.
- Wright, M. Direct search methods : once scorned, now respectable. In Griffiths, D. and Watson, G., editors, *Proceedings of the 1995 Dundee Biennial Conference in Numerical Analysis*, pages 191–208, Addison Wesley Longman, Harlow, United Kingdom, 1996.
- Xu, T. and McMechan, G., GPR attenuation and its numerical simulation in 2.5 dimensions, *Geophysics*, 62(2), 403–414, 1997.
- Yee, K., Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 14(3), 1727–1734, 1966.

- Zarba, R. A numerical investigation of unsaturated flow. Master's thesis, Dep. of Civ. Eng., Mass. Inst. of Tech., Cambridge, 1988.
- Zelt, C. and Ellis, R., Practical and efficient ray tracing in two-dimensional media for rapid travelttime and amplitude forward modeling, *Canadian Journal of Exploration Geophysics*, 24(1), 16–31, 1988.
- Zeng, X., McMechan, G., Cai, J., and Chen, H., Comparison of ray and fourier methods for modeling monostatic ground-penetrating radar profiles, *Geophysics*, 60(6), 1727–1734, 1995.
- Zhang, R., Determination of soil sorptivity and hydraulic conductivity from disk infiltrometer, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 61(4), 1024–1030, 1997.
- Zhou, A.-N., A contact angle-dependent hysteresis model for soil-water retention behaviour, *Comput. Geotech.*, 49, 36–42, 2013.
- Zhou, Q., Shimada, J., and Sato, A., Three-dimensionnal spatial and temporal monitoring of soil water content using electrical resistivity tomography, *Water Resour. Res.*, 37(2), 273–285, 2001.

Annexes

Annexe A

Ground Penetrating Radar prospection at the charterhouse of Bourgfontaine¹

A.1 Abstract

The charterhouse of Bourgfontaine was a major foundation, with approximately 24 brothers living in separate cells. An early modern bird's-eye view of the monastery gives us a sense of its scale, but no details. Two GPR surveys (225 and 250 MHz) were carried out : the first, in the area of the chapel behind the church, the second, in a rectangular zone of 30 m x 50 m in the great cloister. All the data were processed as a 3D cube and the time slices corresponding to a depth varying between 0.7 and 1.35 m gave surprisingly clear evidence of regular structures. The superposition of the surveyed zone with a plan extrapolated from the engraved view is stunning, allowing for interpretation as three monastic cells and foundations of part of the great cloister. This is an excellent example of the ways in which geophysical prospection and archaeology can complement one another.

A.2 Introduction

The Carthusian monastery of Bourgfontaine, north-east of Paris (France), was established between 1323 and 1325 by Charles, count of Valois [Bonde and Maines, 2012, 2013]. His son and successor, Philip VI completed the project. When Philip ascended to the throne in 1328 as the first Valois king of France, the comital foundation became a royal one. Bourgfontaine survives today as a monumental ruin and a working farm. The shell of the church (Fig. A.1), and portions of the precinct wall framing the great cloister are all that survive above ground of the monastic portion of the site. A number of buildings in the outer court, including a gate, guest chapel, parts of the outer enclosure wall and the royal

1. Adapted from Saintenoy, A., Rejiba, F., Léger, E., Bonde, S., and Maines, C. Ground Penetrating Radar prospection at the charterhouse of Bourgfontaine. In *Proceedings of the 15th International Conference on GPR, Bruxelles, Belgium*, pages 1–5, 2014



FIGURE A.1 – View of the remains of the church from the south [Bonde and Maines, 2013].

logis also survives. Philip's heart was buried at Bourghfontaine in a now-destroyed chapel opening off the church's east end. Bourghfontaine was a major foundation of impressive size with approximately 24 brothers living in separate cells.

An early modern bird's-eye engraved view of the monastery (Fig. A.2) gives us a sense of its scale. From the engraving a rough plan was produced (Fig. A.3) but the details of this plan required an approach of greater precision.

Ground-Penetrating Radar is a useful geophysical tool for archaeologists in many cases [Boubaki *et al.*, 2011, 2012, 2013, Goodman *et al.*, 2008]. Full-resolution coverage and multi-offset 3D acquisition best enhance the signal over noise ratio [Booth *et al.*, 2008], but pseudo three-dimensional GPR survey are able in numerous cases to reveal the underground structures of an archaeological site.

We have conducted two GPR surveys at the charterhouse of Bourghfontaine. The first survey was done in July 2006, using a PulseEkko1000 GPR system equipped with shielded antennae of centre-frequency 225 MHz, on the area of the heart chapel behind the church. On the second survey, in June 2013, a Malå Ramac System with shielded antenna of centre-frequency 250 MHz was used to cover a rectangular zone in the great cloister of 30 m per 50 m with parallel profiles every 50 cm.

A.3 Survey of the heart chapel area

During the first survey, using a PulseEkko1000 system, 25 profiles were acquired on a grid with a sample density of 0.1 m in the in-line direction and 0.5 m in the cross-line

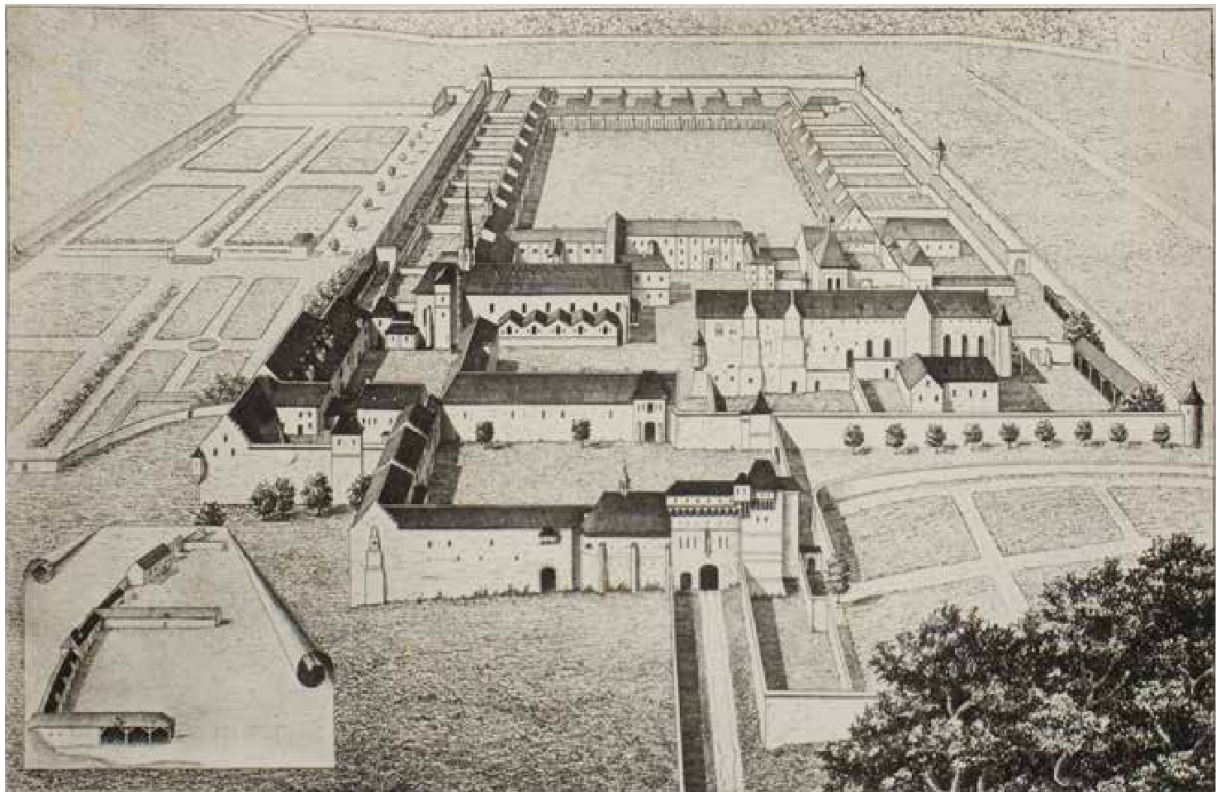


FIGURE A.2 – Bourgfontaine, seventeenth- or eighteenth-century cavalier view of the Charterhouse looking south (Laon, Archives départementales).

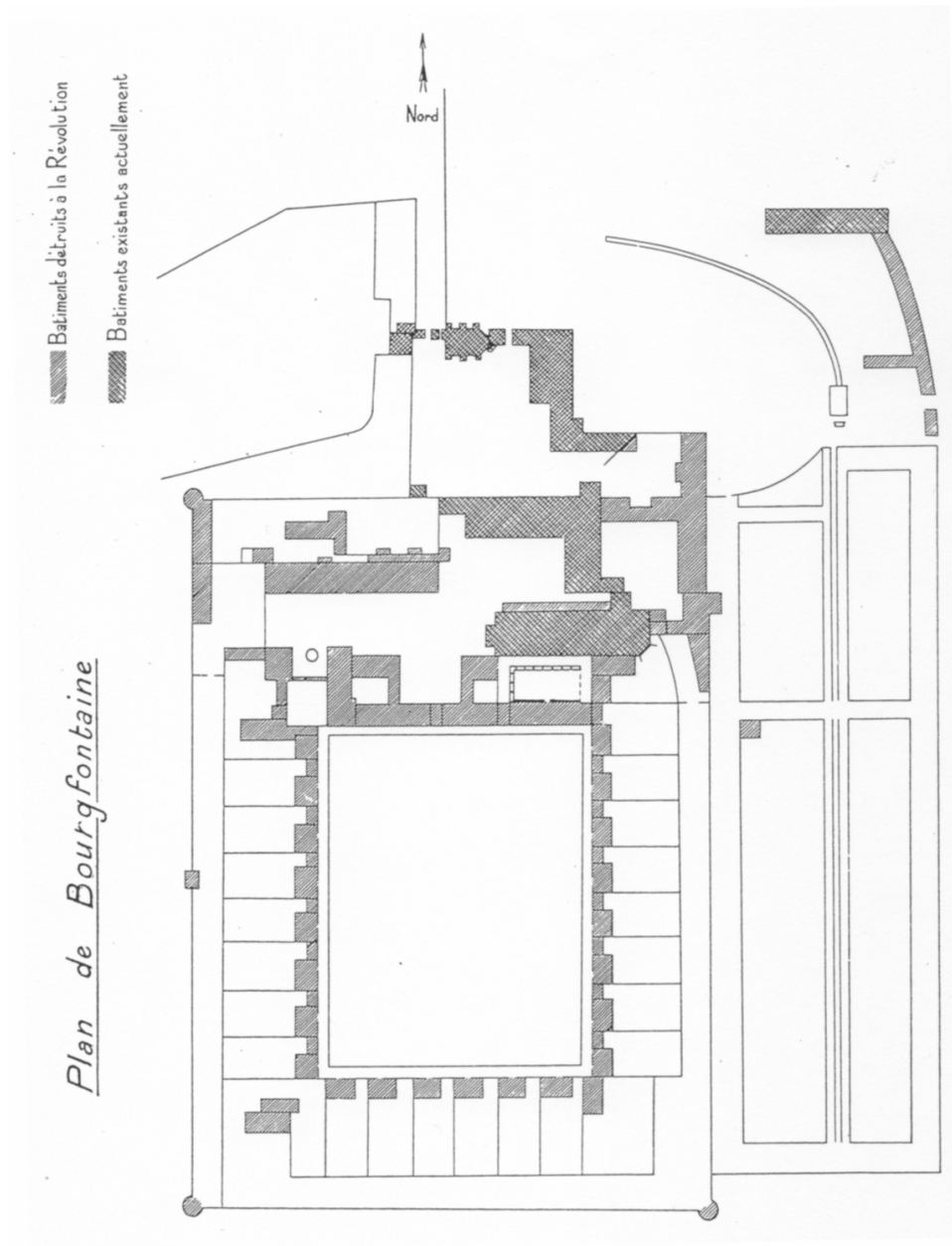


FIGURE A.3 – Plan derived from the engraved view of Fig. A.2 (after Marchand).

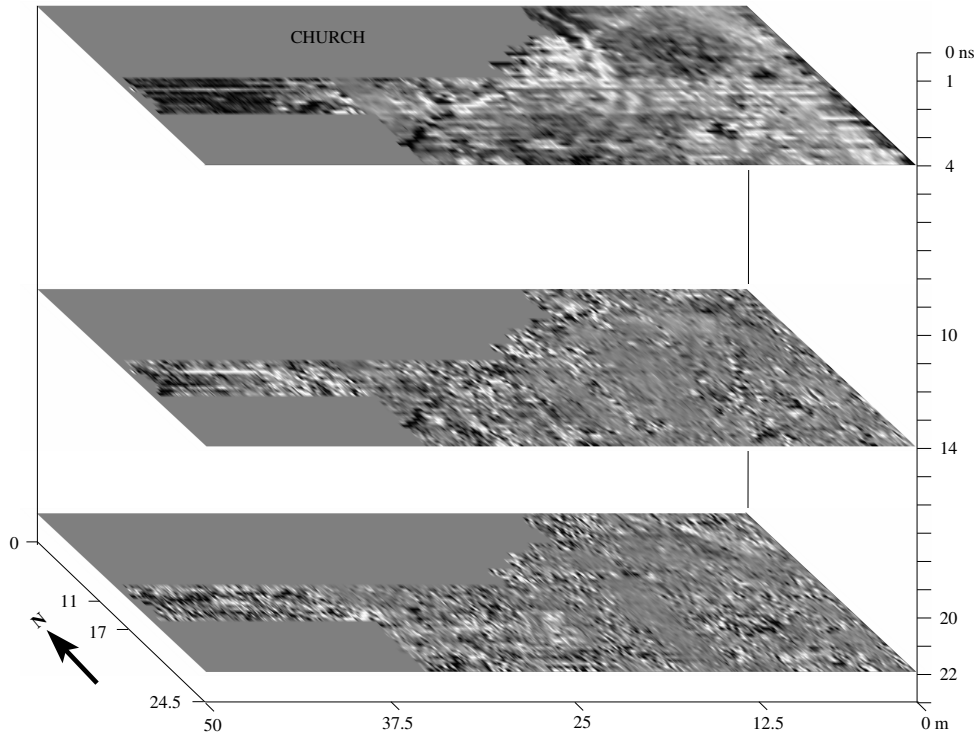


FIGURE A.4 – Time slices of the area of the chapel adjacent to the church.

direction. The time-sampling interval was of 0.4 ns and a stack of four measurements was used to increase the signal-to-noise ratio.

Three time-slices are shown in Fig. A.4, on a two-way travel time (TWT) of 4 ns, 14 ns and 22 ns. Using a velocity of 0.1 m/ns derived from different hyperbola fittings, these TWT correspond respectively to a depth of 0.2 m, 0.7 m and 1.1 m. Data were processed using Reflexw [Sandmeier, 2007] with conventional dewow and bandpass filters and amplitude recovery methods. A two-dimensional migration was tested in the in-line direction but, as it did not improve the image quality, this process was not applied in the data shown Fig. A.4.

A geophysical interpretation in Fig. A.5 shows several perpendicular lines of high amplitude reflections, together with the response to a modern ferrous pipe which intersects the north-eastern corner of the church. The location of the chapel interpreted in [Bonde and Maines, 2013] is shown. The resolution and the signal to noise ratio of these data did not allow for a lot of precision in the interpretation. It was, however, a first survey and it encouraged organizing the following GPR acquisition in June 2013.

A.4 Survey of the north-eastern area of the great cloister

A second GPR survey took place in June 2013, using a Malå Ramac System with shielded antennae of centre-frequency 250 MHz. The spatial sampling was 0.05 m in the in-line

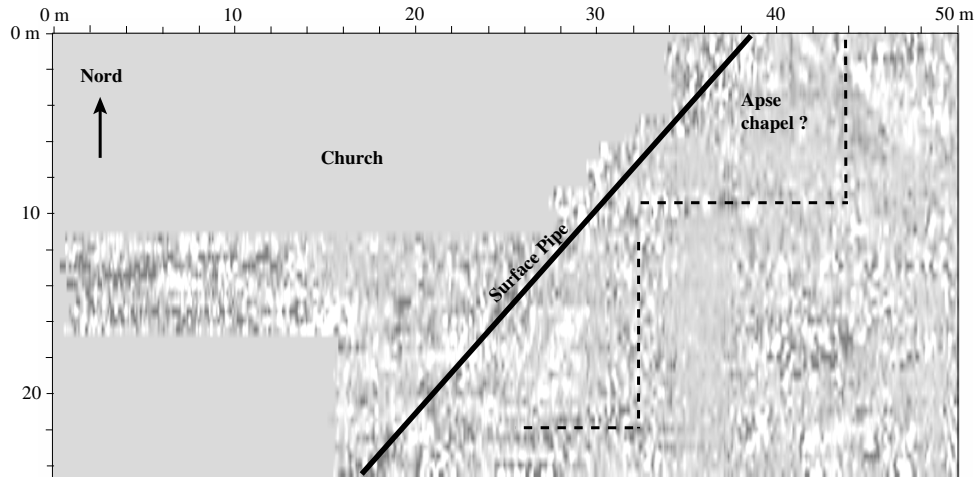


FIGURE A.5 – Geophysical interpretation of the 2006 survey on top of the time slice centered on 22 ns in Fig. A.4.

direction and 0.5 m in the cross-line direction. The time-sampling interval was 0.056 ns and a stack of 8 measurements was applied. In these data, a velocity of 0.09 m/ns was retrieved from different hyperbola fittings. Data were processed using the same procedure as the data acquired in 2006. Three time-slices are shown in Fig A.6, on a TWT of 1, 15 and 30 ns corresponding to a depth of 0.045, 0.67 and 1.35 m.

Signal strength over this site is generally good, and strong reflections are identified over most of the survey area. Lateral correlations allow for the geophysical interpretation shown Fig. A.7 with wall-footings or remains of the great cloister corridor, and cells for three brothers along with walls surrounding their private gardens.

A.5 Comparison between geophysical interpretations and plan

The two geophysical interpretations were added at scale to a satellite image taken from google map (Fig. A.8) and on a detail of the plan Fig. A.3 resulting in Fig. A.9. The engraving (Fig. A.2) shows Bourgfontaine from the north and the area north of the church is thus pure interpretation. The GPR survey of 2013 is in close agreement with the interpolated plan. The cells, however, are shown in the engraved plan (Fig. A3) as adjoining the south walls of their respective garden walls, while the GPR survey demonstrates that their cells lie instead about 2 m away from it. Another small difference is the bending in the surrounding eastern wall. It appears in the geophysical interpretation 30 m south from the church wall instead of around 10 m as shown in the plan Fig. A.3. The map displayed on Figure A.10 is a representation of all the GPR 2D time slices.

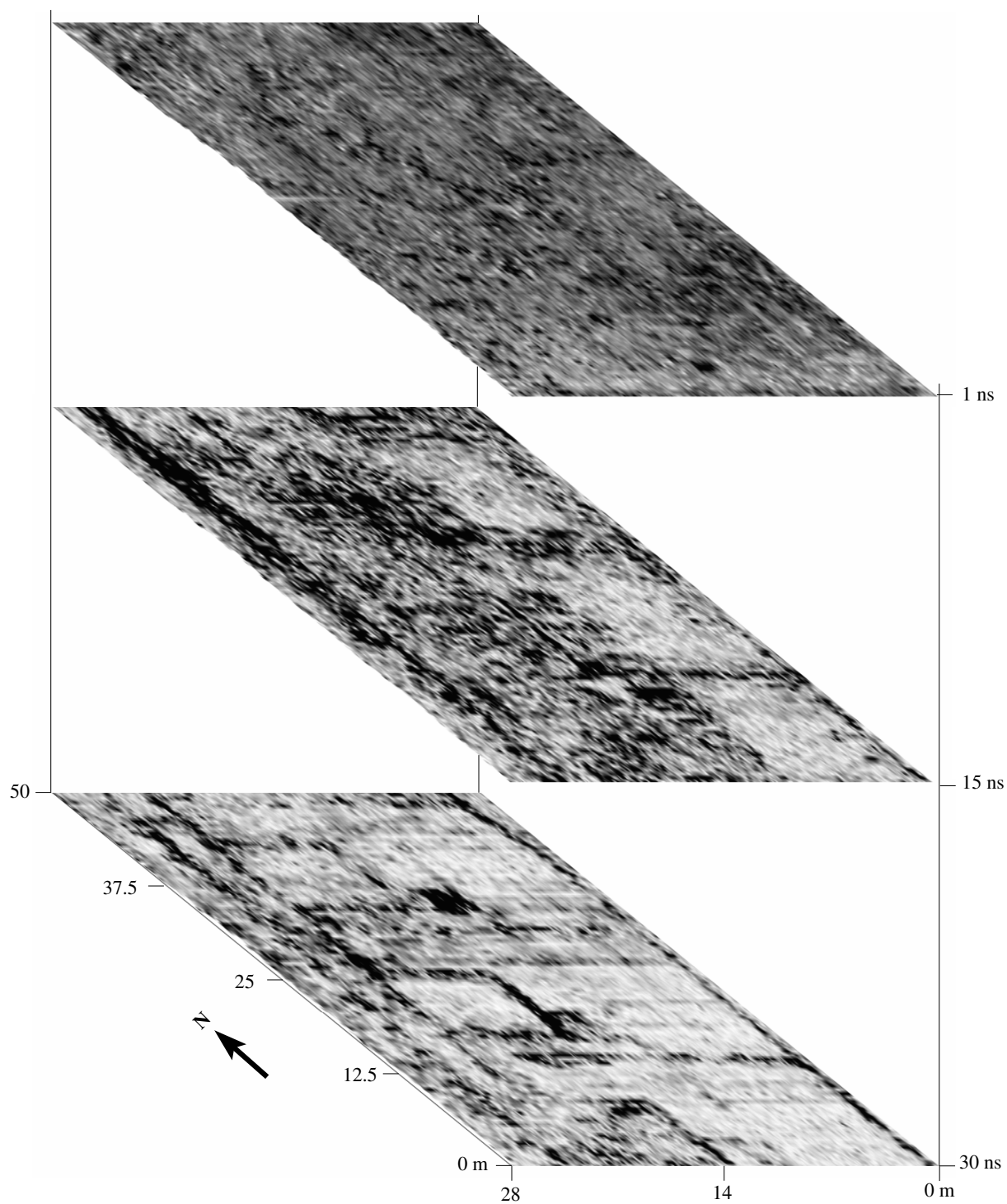


FIGURE A.6 – Time slices of the north-eastern area of the great cloister.

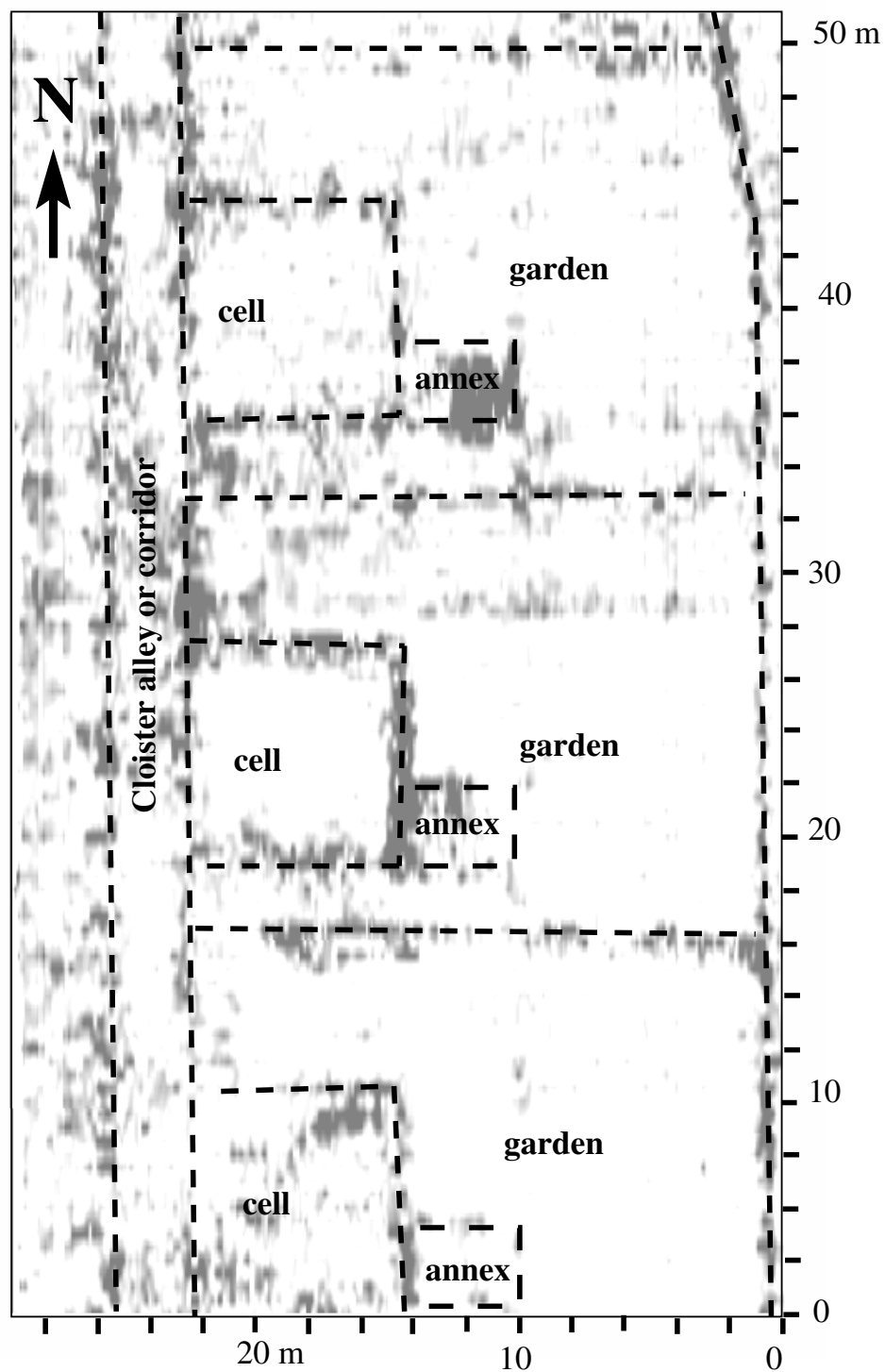


FIGURE A.7 – Geophysical interpretation of 2013 survey on top of the time slice centered on 30 ns of Fig. A.6.

A.5. COMPARISON BETWEEN GEOPHYSICAL INTERPRETATIONS AND PLAN167

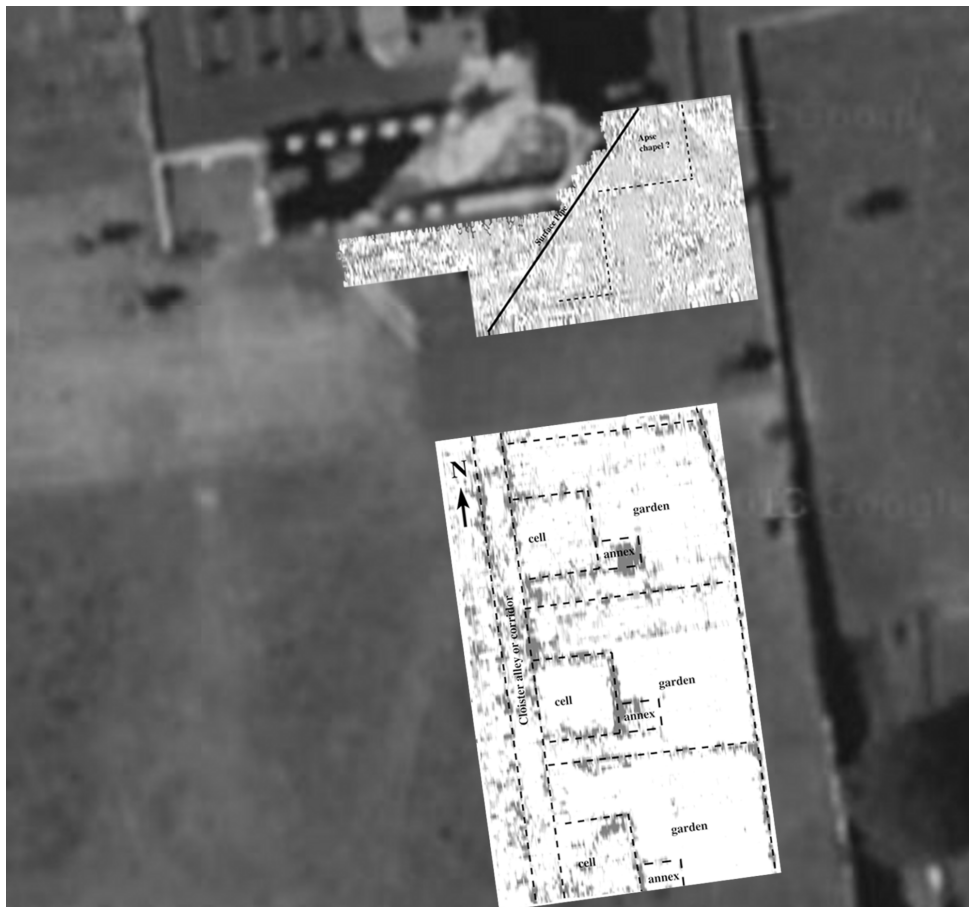


FIGURE A.8 – Superposition of the GPR surveys over a satellite image of the area.

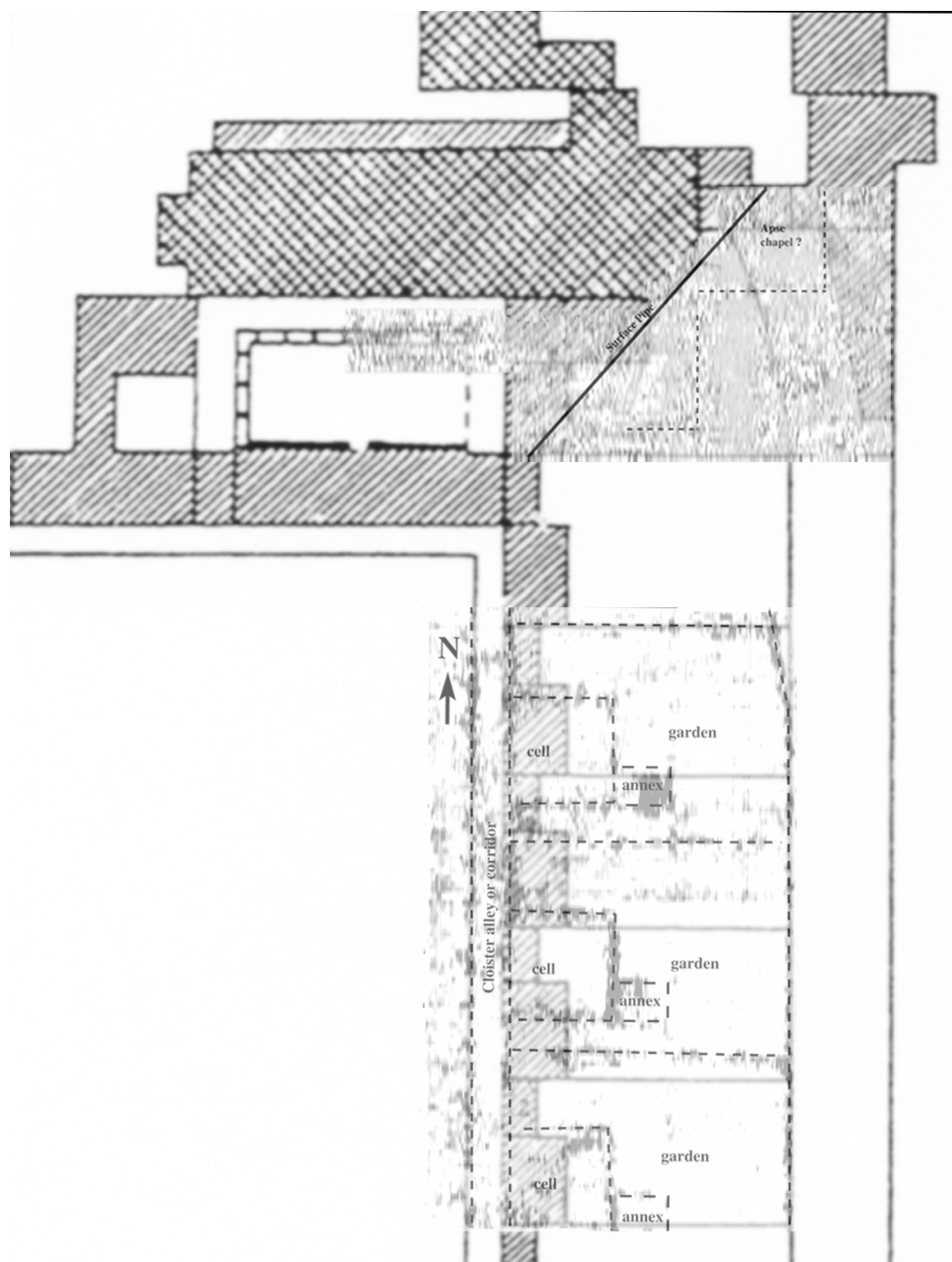


FIGURE A.9 – Detail of the plan Fig. A.3 around the church remains with GPR time slices added at scale.

A.6 Conclusion

All the data were processed as a 3D cube and the time slices at different depths between 0.7 to 1.35 m gave surprisingly clear evidence of architectural structures. The superposition of the surveyed zone with the extrapolated plan is remarkable, allowing for interpretation as three monastic cells and foundations of part of the great cloister alley. As a consequence of the archaeological potential identified by GPR prospections, in-depth excavations are planned in summer 2014.

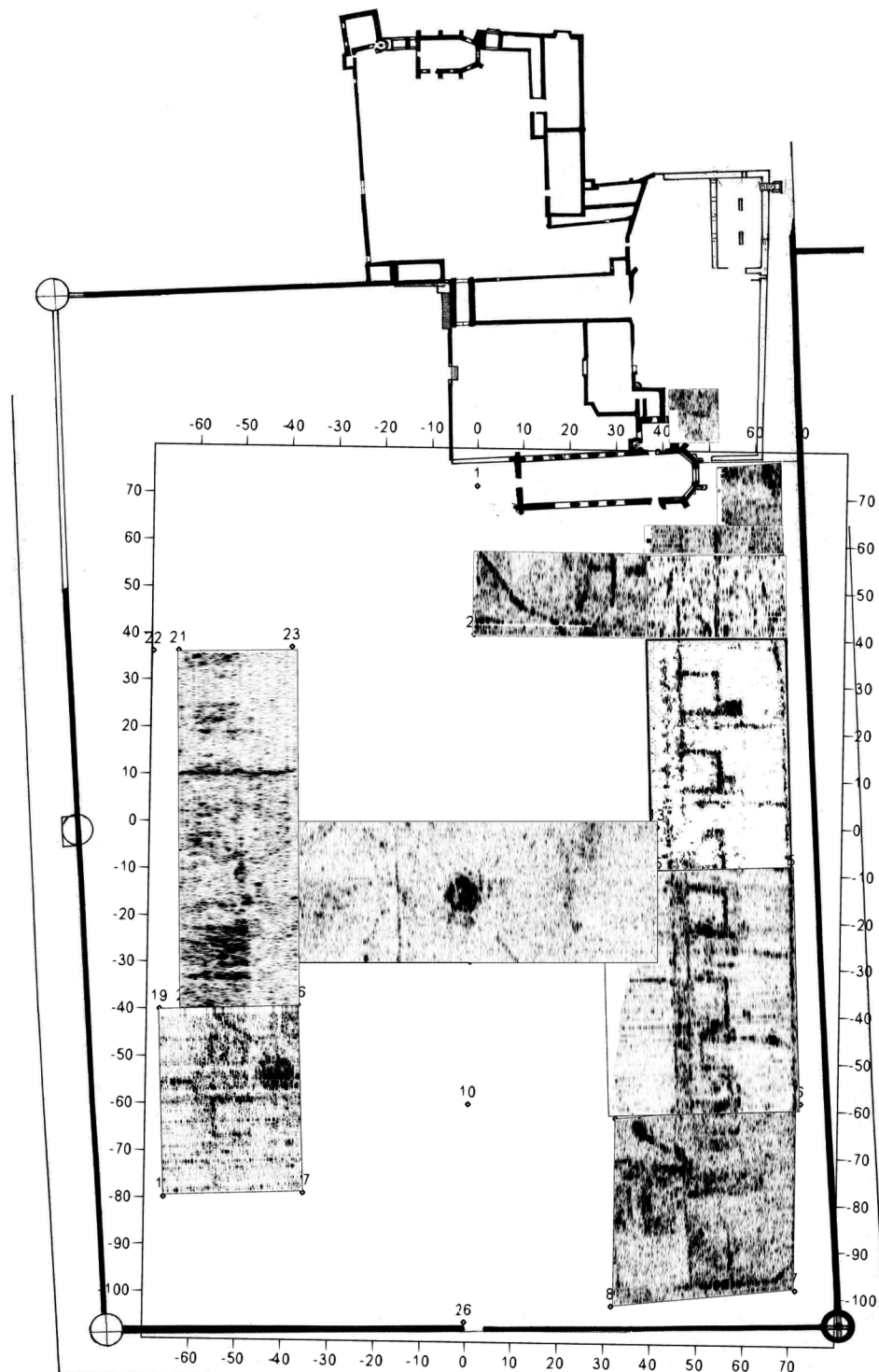


FIGURE A.10 – Superposition of the GPR 2D-slices over a canvas of the area.

Annexe B

Comparisons between water hanging column and evaporation methods¹

B.1 Introduction

This study is a comparison of two methods used to retrieve the water retention curves of Oso-Flaco sand samples. The two methods used were the Water Hanging Column, as presented in Dane and Hopmans [2002], and the evaporation method, as developed by Peters and Durner [2008] and Schindler *et al.* [2010a]. The apparatus we used for the evaporation method was the *Hyprop* sensor developed by U.M.S. (Umwelt-Monitoring-Systeme, <http://www.ums-muc.de>). All the experiments were performed in the L.A.W.R. (Land Air and Water Resources), Jan Hopmans' laboratory in UC Davis (CA).

B.2 Water retention function

B.2.1 Water hanging column experiments on Oso-Flaco sand cores

The sand was compacted to a bulk density $\rho_b = 1.53 \text{ g.cm}^{-3}$ for all samples, according to Eching and Hopmans [1993] and Eching *et al.* [1994]. Figure B.1 shows the data obtained on 6 samples through water hanging column experiments. The curves computed with the Mualem-van Genuchten [van Genuchten, 1980, Mualem, 1976] parameters fitting the data are presented in Figure B.1. We used our own fitting procedure (minimizing the Root Mean Squared Error between data and model) rather than the *Hyprop-FIT* software.

The θ_r value of the measurements labeled “WHC-20-11-13” has to be disregarded since the data stop at $0.27 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$. However we kept them to use α and θ_s parameters.

In average, one experiment took 16 days + 1 day of preparation (waiting for equilibrium and complete saturation) + 1 day of oven-drying at 105°C .

1. This chapter was adapted from a laboratory report performed in the laboratory of Land Air and Water Resources at UC-Davis, CA, USA.

Water Hanging Column experiments-Mualem-van Genuchten model				
Samples	α (cm^{-1})	n	θ_s ($\text{cm}^3.\text{cm}^{-3}$)	θ_r ($\text{cm}^3.\text{cm}^{-3}$)
WHC-20-11-13	0.0297	8.412	0.421	0.27
WHC-1-12-13	0.0231	8.483	0.392	0.048
WHC-20-12-13	0.0292	7.744	0.367	0.040
WHC-7-1-14	0.0231	8.484	0.392	0.048
WHC-7-1-14-2	0.0250	6.677	0.335	0.048
WHC-27-1-14	0.0286	5.602	0.355	0.047

TABLE B.1 – Values of the fitted Mualem-van Genuchten parameters for the Water Hanging Column experiments. Fitting curves and data points are displayed on Figure B.1.

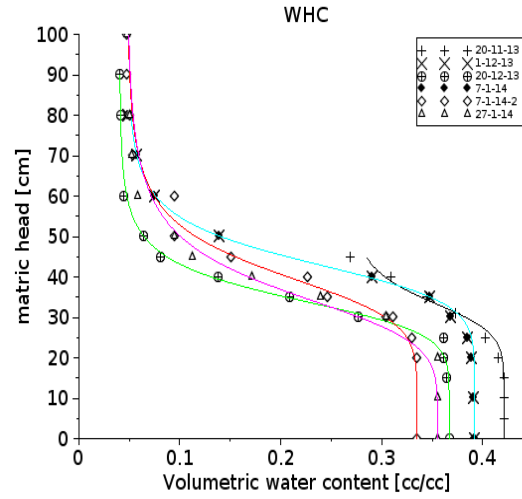


FIGURE B.1 – Water Hanging Column data fitted with Mualem-van Genuchten model. Points symbolize data whereas solid lines represent the best fitting model. The parameters are summarized in Table B.1.

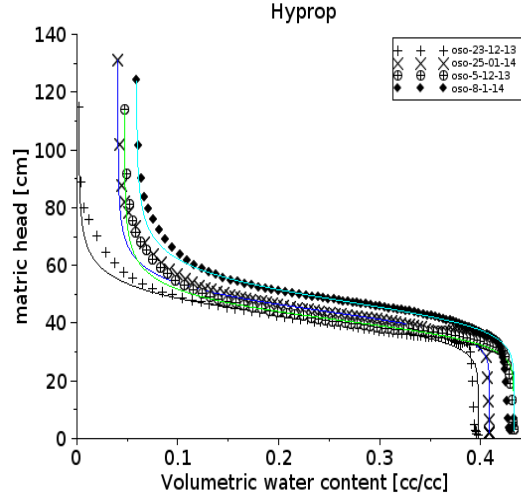


FIGURE B.2 – Evaporation method data fitted with the Mualem-van Genuchten model. Points symbolize data whereas solid lines represent the Mualem-van Genuchten fitting. The parameters are summarized in Table B.2.

B.2.2 Evaporation method

The bulk density was the same as in the Water Hanging Column experiments, $\rho_b = 1.53 \text{ g.cm}^{-3}$. The Figure B.2 displays the fitting curves and data for water retention curves of 4 samples². The Mualem-van Genuchten parameters are presented in Table B.2. We used the constrained Mualem-van Genuchten parameters ($m = 1 - 1/n$). In average the experiments took 12 days + 1 day of preparation (degassing chamber and porous cups) + 1 day of oven-drying sample at 105°C .

Hyprop data fitting-Constrained van Genuchten model				
Samples	α (cm^{-1})	n	θ_s ($\text{cm}^3.\text{cm}^{-3}$)	θ_r ($\text{cm}^3.\text{cm}^{-3}$)
Evap-oso-23-12-13	0.0237	9.429	0.397	0.0021
Evap-oso-25-01-14	0.0225	9.902	0.409	0.0408
Evap-oso-5-12-13	0.0242	9.359	0.433	0.0472
Evap-oso-8-1-14	0.0209	9.109	0.433	0.0592

TABLE B.2 – Fitting parameters of the constrained van Genuchten parameters for the evaporation method.

B.2.3 Comparisons

In order to make good comparisons between both methods, we limited the range of matric head up to 150 cm, as being the upper limit of the Water Hanging Column data.

². More samples have been tested but some restarts of the computer for upgrading the windows Operating System stopped the measurements.

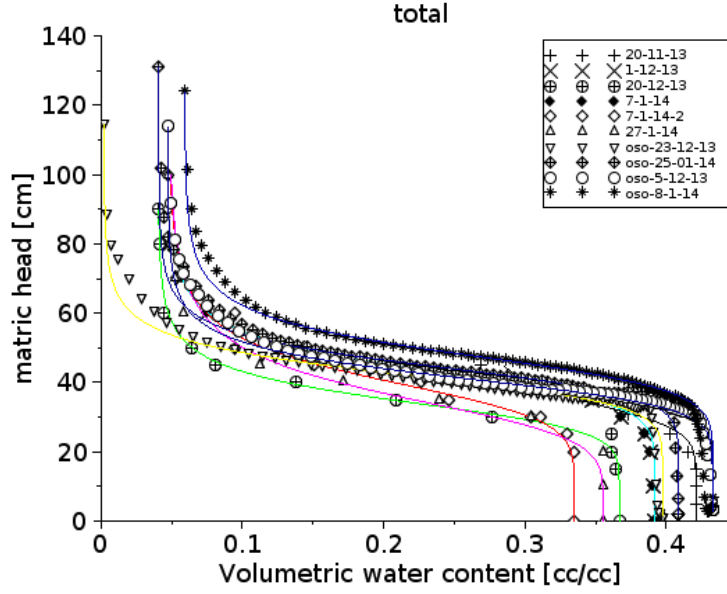


FIGURE B.3 – Water retention data fitted with Mualem-van Genuchten model of the Evaporation and Water Hanging Column methods. The labeled “Oso” are the Evaporation data.

The graphic on Figure B.3 displays all curves in a range of $[0, 140]$ cm matric suction. This graphic is the addition of the two former graphics. The Table B.3 displays range of the fitting parameters in the case of constrained Mualem-van Genuchten model for both methods. The intervals presented are intervals in the sense that they represent a uniform density probability function.

Comparisons ranges of Evap/WHC methods				
Method	α (cm^{-1})	n	θ_s ($\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$)	θ_r ($\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$)
Evap	[0.0209 ; 0.0242]	[9.109 ; 9.902]	[0.397 ; 0.433]	[0.0021 ; 0.0592]
WHC	[0.0231 ; 0.0297]	[5.602 ; 8.484]	[0.335 ; 0.421]	[0.040 ; 0.048]

TABLE B.3 – Fitting parameters of the constrained Mualem-van Genuchten parameters for both methods.

The data obtained by both methods are consistent with each other except for the n parameter. It could be due to the number of points which is superior in the case of the evaporation method which constrain more the fitting.

Using data from both methods, we ended up with the following parameters for the Oso-Flaco sand : $\{\theta_r = [0.002; 0.0592] \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_s = [0.34; 0.43] \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \alpha = [0.0209; 0.0297] \text{ cm}^{-1}, n = [5.6; 9.9]\}$.

According to Eching and Hopmans [1993] and Eching *et al.* [1994], the hydraulic parameters of the Oso-Flaco sand as determined with WHC method are :

$$\alpha = 0.0226 \pm 0.0001 \text{ cm}^{-1}, n = 7.339 \pm 0.2734, \theta_r = 0.032 \pm 0.0054 \text{ cm}^3/\text{cm}^3, \theta_s =$$

Comparison with Eching and Hopmans data				
	α (cm ⁻¹)	n	θ_s (cm ³ .cm ⁻³)	θ_r (cm ³ .cm ⁻³)
Evap	[0.0209 ; 0.0242]	[9.109 ; 9.902]	[0.397 ; 0.433]	[0.0021 ; 0.0592]
WHC	[0.0231 ; 0.0297]	[5.602 ; 8.484]	[0.335 ; 0.421]	[0.040 ; 0.048]
Eching and Hopmans	0.0226 ± 0.0001	7.339 ± 0.2734	0.378	0.032 ± 0.0054

TABLE B.4 – Values of the fitted van Genuchten parameters, Eching and Hopmans' data

0.378 cm³/cm³. Table B.4 summarizes our data and those from Eching and Hopmans [1993] and Eching *et al.* [1994].

The Eching and Hopmans' set of parameters are in agreement with the Water Hanging column experiment for n and θ_s parameters, whereas α and θ_r are in better agreement with the evaporation method. However no conclusion can be made, because we do not have enough data to make a statistical study on the parameters and then propose uncertainties on them like the complete work of Eching and Hopmans.

B.3 Evaporation method (Hyprop) pros and cons

B.3.1 Advantages

In order to make it as accurate and objective as possible, we took the arguments proposed on the website of *U.M.S.* as advantages, and discussed/commented them :

— “*Easy and flexible handling*”

For sandy soils it might be not that easy to return the sample and fit the porous cup into the holes drilled. Most of the time we loose a certain amount of material.

— “*Usage of intact standard sampling rings without perforation*”

I would say that this statement is wrong since we are perforating the sample to make room for the porous cups. However it is not a deep perforation.

— “*Tensiometer shafts are installed into the sample from the bottom side*”

Nothing to argue with this statement.

— “*Low expenditure of time and costs*”

The first part of the argument is right since a measure implies only about 15 days (for a sand). However considering the cost of the whole apparatus, about 8000 USD, I would be less proud about the expenditure of cost argument.

— “*Suitable for mobile applications*”

As an eternal debate they have to define what they imply by “mobile”. The whole apparatus is not too hard to set up on most of computers, even if we encountered many driver problems. Thus the *intra-lab* mobile application is true.

— “*High-quality results for the water retention curve especially in the range close to saturation*”

Nothing to argue with this statement.

— “*The hydraulic functions are consistently proved by numerous readings*”

We could not get the hydraulic curve for the Oso-Flaco sand we used, thus this argument is not really something we could discuss about.

- “*T5x Tensiometers may measure beyond 250 kPa due to boiling retardation*”

We did not (need to) reach these pressures for our Oso-Flaco samples.

- “*The mathematical functions are profoundly adapted*”

I suppose they want to say that their library of water retention and hydraulic conductivity functions is suitable for all soil types. The fitting software *HYPROP-FIT* provides the following models to fit the water retention curve data :

- Mualem-van Genuchten [van Genuchten, 1980, Mualem, 1976] (Constrained, $m = 1 - 1/n$ and unconstrained, m and n independent),
- Brooks and Corey [1964],
- bimodal van Genuchten [Durner, 1994],
- Kosugi *et al.* [2002],
- Fayer and Simmons [1994],
- Ross and Smettem [1993],

which are satisfying for most of the data and represent a sufficient large panel for fitting purpose in our opinion.

- “*Simultaneous measurement of water retention curve and hydraulic conductivity*”

This was not the case for the Oso-Flaco sand we used, we were only able to get water retention curves.

- “*Suitable for all soils (provided tensiometers can be installed)*”

We would respond “wrong” to this statement since we could not manage to obtain hydraulic conductivity function for a sand and cracks appeared for clay soils, which destroyed and bent tensiometers.

- “*No special requirements for the ambient conditions. Only the evaporation conditions should remain more or less constant during a measurement*”

In our opinion they should define more the ambient conditions, since every laboratory does not have a tempered chamber available. We wish to have more information on the influence of unconstant evaporating conditions on the measurements.

- “*An existing scale with serial port can be connected to the system*”

We have not tried it during our measurement campaign.

- “*Extendable to up to 20 assemblies for one scale*”

We have not tried it.

B.3.2 Limitations

According to the commercial *U.M.S.* website :

- “*The measuring range is limited to the measuring range of the tensiometers*”.

This was not a limitation for the case of our sandy soils. The tensiometer range is $[+20, -2500]$ hPa.

- “*Poor resolution of the hydraulic conductivity near saturation (particularly in sandy soils)*”

The resolution is so poor that we could not have enough points to get the saturated hydraulic conductivity curve in sand.

B.3.3 Cons

In addition to the comments on the arguments presented on the commercial website we raise the following issues :

- Concerning the few points we obtained to get $K(h)$ function, maybe both porous cups need to reach the air entry value ? Although one tensiometer is enough to get the water retention curve.
- Porous cups have trouble to reach steady state at the beginning of the experiment, when the sample has just been set up.
- Scale is untarable because of the cable flexibility.
- Softwares are very badly written, it would need at least a proper English version, as well as a Unix version to be transportable and more widely distributed.
- Softwares unstable. The *HYPROP-FIT* is really unstable when trying to fit data, 30% of the time crashes happen.
- Really expensive for what it is in fact, two tensiometers and an interface to computer.
- Very fragile. We had to send back the sensor unit because it has been dirtied by sand, and water went into it.

B.3.4 Pros

- "Automatic" experiment. Once set, no need to worry about it for about ten days (depending on the soil).
- With multiple stations, it could give all the hydraulic parameters of a soil within ten days.
- Preparation of the experiment is not too hard to deal with, even for non specialists.
- Good online help service (email) and the videos on their website are very useful despite displaying really idealized cases.

B.4 Conclusion

Drawing a conclusion is not an easy task, especially when much more work was/is needed to be exhaustive and complete. However based on what we have done, we can say that the *Hyprop* method could be worthy to buy if :

- they would make the software stable,
- they would fix the cable issue for taring the scale,
- they would make the sensor unit more solid,
- they would find a way for the method to be used for pure sand soil and high content clay soil, and,
- they would decrease the price of the material, which is up to now not in agreement with what is provided.

B.5 Acknowledgments

We are deeply thankful to *Jan Hopmans* for his hospitality in his laboratory and his generosity as well as to *Peter Hartsough* for maintaining order and happy ambiance in the lab.

Annexe C

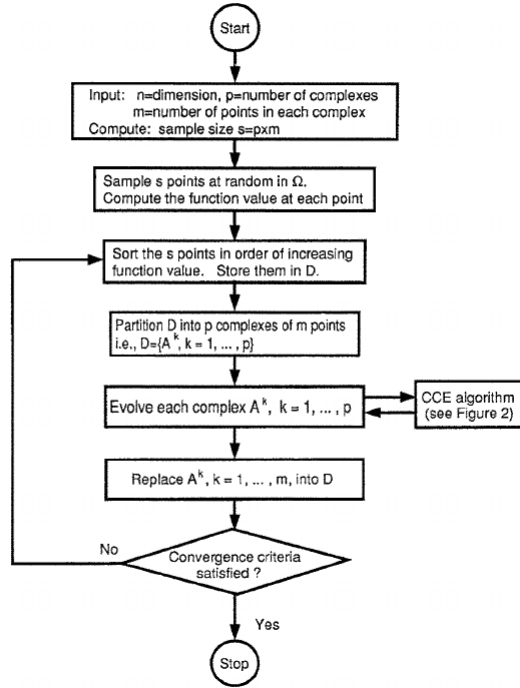
Description de l'algorithme SCE-UA¹

Cette annexe se focalisera en grande partie sur l'algorithme d'inversion Shuffle Complex Evolution (SCE-UA), les lettres UA étant là pour rappeler la paternité de l'Université d'Arizona. Il a été développé par Duan *et al.* [1992] et a fait montre de son efficacité dans de nombreuses applications hydrogéologiques, notamment avec l'étude de Busch *et al.* [2012], Duan *et al.* [1993] et Vrugt *et al.* [2006]. Cet algorithme couple un algorithme génétique à une évolution en simplex de type Nelder-Mead. Nous proposons d'en décrire les différentes étapes.

On considérera, pour des raisons pratiques, que l'espace des paramètres, Ω , est à deux dimensions, que la fonction objective a un minimum global bien défini et d'autres minima locaux. Les différentes étapes ci-dessous sont illustrées par les organigrammes des Figures C.1 et C.2.

0. *Initialisation.* Choisir le nombre de complexes p (i.e. de sous-groupes de paramètres, $p \geq 1$) et le nombre de points m par complexes ($m \geq \text{Dim}(\Omega) + 1$). En déduire la taille de l'échantillonnage $s = pm$.
1. Échantillonnage de s points aléatoirement dans Ω , $\{u_1 = (x_1, y_1), u_2 = (x_2, y_2), \dots, u_s = (x_s, y_s)\}$. Calculer la fonction objective (\mathcal{L}) de chacun de ces points.
2. Trier les s points en fonction de l'ordre croissant de la fonction objective \mathcal{L} . Affecter ces s points dans l'ordre à un vecteur $D = \{u_i, \mathcal{L}_i, i = 1 \dots s\}$.
3. Partitionnement de D en p complexes de taille m , $\{A^1, \dots, A^p\}$. Le partitionnement se fait tel que (u_1, \mathcal{L}_1) est assigné au premier complexe A^1 , (u_2, \mathcal{L}_2) au deuxième A^2 et ainsi de suite jusqu'à $(u_{p+1}, \mathcal{L}_{p+1})$ qui est assigné de nouveau au premier complexe A^1 en seconde position.
4. Évolution de chaque complexe selon l'algorithme Competitive Complex Evolution (CCE), présenté Figure C.2 et paragraphe suivant. $\{A^1, \dots, A^k, \dots, A^p\} \rightarrow \text{CCE}$.
5. $\text{CCE} \rightarrow \{A^1, \dots, A^k, \dots, A^p\}$. Retour des complexes après leur évolution indépendante. Retour de chaque complexe $\{A^1, \dots, A^p\}$ dans D . Réorganisation de D en fonction de \mathcal{L} de chaque point.

1. Adapté de Duan, Q., Sorooshian, S., and Gupta, V., Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models, *Water Resour. Res.*, 28(4), 1015–1031, 1992.

FIGURE C.1 – Algorithme total du SCE. Figure tirée de Duan *et al.* [1992]

6. Test de convergence. Si la convergence est satisfaite, arrêt de l'inversion, sinon retour au pas numéro 3.

Le CCE est en fait une version améliorée de l'algorithme du Simplex, ou algorithme de Nelder-Mead. Les étapes du CCE sont présentés dans le paragraphe suivant ainsi que sur la Figure C.2.

- I. Arrivée en entrée d'un ensemble de p complexes de taille m , $\{A^1, \dots, A^k, \dots, A^p\}$.
- II. Association d'une densité de probabilité triangulaire à chaque valeur des points composant le complexe. Exemple pour le complexe A^k , la probabilité associée à chaque point le composant $\{(u_i^k, \mathcal{L}_i^k), i = 1 \dots m\}$ est telle que :

$$p_i = \frac{2(m+1-i)}{m(m+1)}. \quad (\text{C.1})$$

Le point u_1^k associé à la plus faible valeur de la fonction objective \mathcal{L}_1 a donc la densité de probabilité la plus forte, alors que le point u_m^k la plus faible.

- III. *Sélection des Parents*. Sélection de q points de A^k selon la densité de probabilité triangulaire associée à chacun de ces points. Le vecteur associé à ces q points est le vecteur B .
 - i. Réorganisation de B en fonction de la valeur de la fonction objective, \mathcal{L} . Calcul du barycentre de tous les points en excluant le plus mauvais en terme de fonction

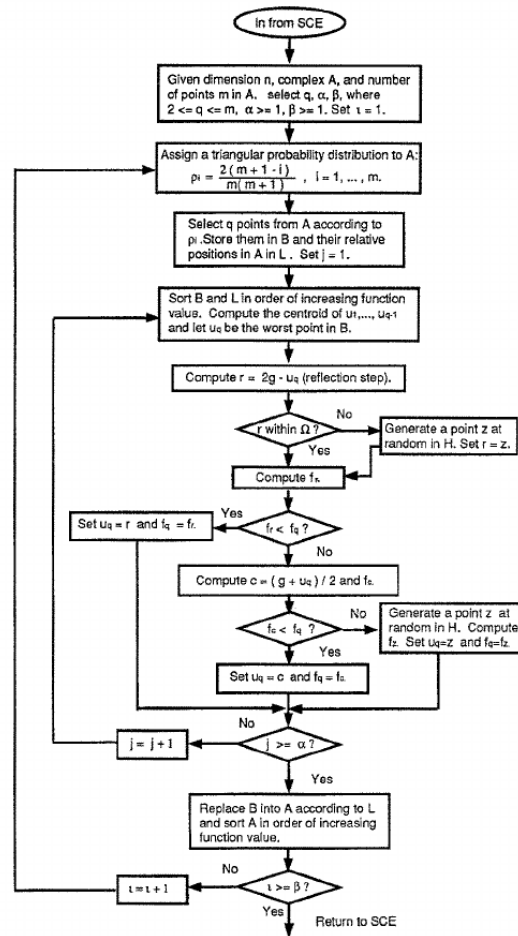
objective :

$$g = \frac{1}{q-1} \sum_{j=1}^{q-1} u_j. \quad (\text{C.2})$$

- ii. Réflexion par rapport au barycentre du plus mauvais point u_q . $r = 2g - u_q$.
 - iii. Si $r \in \Omega$, calcul de $\mathcal{L}(r)$. Sinon remplacer la valeur de r par un point généré aléatoirement dans le plus petit volume possible contenant A^k , puis calcul de $\mathcal{L}(r)$.
 - iv. Si $\mathcal{L}(r) < \mathcal{L}(q)$, aller directement au pas v. . Sinon exécution de la contraction du plus mauvais point, $c = \frac{g+u_q}{2}$.
 - v. Si $\mathcal{L}(c) < \mathcal{L}(q)$, aller directement au pas vi. . Sinon générer un point z dans le plus petit volume possible contenant A^k .
 - vi. Répéter les pas i. à v. un nombre de fois défini par l'utilisateur.
- IV. *Remplacement des parents.* Le vecteur B ayant évolué, on le réinjecte dans A^k , puis réorganisation de A^k en fonction croissante de \mathcal{L} .
- V. Répéter les pas I à IV un nombre de fois défini par l'utilisateur.

L'idée principale derrière le SCE est de traiter le problème de la recherche du minimum global comme un processus d'évolution naturelle. La population est constituée de s individus, qui sont séparés en p communautés forcées d'évoluer indépendamment les unes des autres dans différentes régions de l'espace. Chaque communauté est composée d'individus pouvant potentiellement être des parents permettant l'évolution du "pire" membre de la communauté. Les parents sont sélectionnés comme étant les meilleurs en terme de fonction objective (selon la probabilité triangulaire). Après chaque phase d'évolution intra-communautaire, les communautés sont forcées au mélange et sont recoupées en de nouvelles communautés. Cet échange (Shuffling) permet de survivre par partage d'informations sur l'espace des solutions acquis indépendamment par chaque communauté. Voilà pourquoi on parle d'algorithme génétique.

La différence majeure entre l'algorithme du simplex (Nelder-Mead) et le CCE réside dans la génération aléatoire de points, sous certaines conditions, contenus dans l'espace des solutions. Ceci permet d'éviter aux points de rester coincés dans des régions de minima locaux ou des régions où l'évolution n'est pas prometteuse. Ce type d'algorithme est en plus parallélisable, même si nous ne l'avons pas utilisé de cette façon pour le moment.

FIGURE C.2 – Algorithme du CCE. Figure tirée de Duan *et al.* [1992]

Annexe D

Estimating Saturated Hydraulic Conductivity from Surface Ground-Penetrating Radar Monitoring of Infiltration ¹

1. Adapted from Léger, E., Saintenoy, A., and Coquet, Y. Estimating saturated hydraulic conductivity from surface Ground-Penetrating Radar monitoring of infiltration. In Šimůnek, J., van Genuchten, M., and Kodesova, R., editors, *Proceedings of the 4th International Conference Hydrus Software Applications to Subsurface Flow and Contaminant Transport Problems*, pages 215–224, Prague, Czech Republic, March 21-22 2013. Dept. of Soil Science and Geology, Czech University of Life Sciences, Prague, Czech Republic, ISBN: 978-80-213-2380-3

Abstract

In this study we used Hydrus-1D to simulate water infiltration from a ring infiltrometer. We generated water content profiles at each time step of infiltration, based on a particular value of the saturated hydraulic conductivity, knowing the other van Genuchten parameters. Water content profiles were converted to dielectric permittivity profiles using the Complex Refractive Index Method relation. We then used the GprMax suite of programs to generate radargrams and to follow the wetting front using arrival time of electromagnetic waves recorded by a Ground-Penetrating Radar (GPR). Theoretically, the depth of the inflection point of the water content profile simulated at any infiltration time step is related to the peak of the reflected amplitude recorded in the corresponding trace in the radargram. We used this relationship to invert the saturated hydraulic conductivity for constant and falling head infiltrations. We present our method on synthetic examples and on two experiments carried out on sand. We further discuss the possibility of estimating two other van Genuchten parameters, n and α , in addition to the saturated hydraulic conductivity.

1. Introduction

Soil hydraulic properties, represented by the soil water retention $\theta(h)$ and hydraulic conductivity $K(h)$ functions, dictate water flow in the vadose zone, as well as partitioning between infiltration and runoff. Their evaluation has important implications for modeling available water resources and for flood forecasting. It is also crucial in evaluating the soil capacity to retain chemical pollutants and in assessing the potential of groundwater pollution.

The determination of parameters defining the van Genuchten soil water retention function (van Genuchten, 1980) is usually done using laboratory experiments, such as the water hanging column (Dane and Hopmans, 2002). The hydraulic conductivity, on the other hand can be estimated either in the laboratory, or *in situ* using infiltration tests. Among the large number of existing infiltration tests (Angulo-Jaramillo et al., 2002), the single (Müntz et al., 1905) or double ring infiltrometers (Boivin et al., 1987) provide the field saturated hydraulic conductivity by applying a positive pressure on the soil surface, while the disk infiltrometer (Perroux et White, 1988; Clothier and White, 1981) allows to reconstruct the hydraulic conductivity curve by applying different pressures smaller than or equal to zero. For infiltration tests, the volume of infiltrated water versus time is fitted to infer the soil hydraulic conductivity at or close to saturation. These tests are time-consuming and difficult to apply to landscape-scale forecasting of infiltration. Furthermore, their analysis involve various simplifying assumptions, partly due to the ignorance of the shape of the infiltration bulb.

Geophysical monitoring methods, mainly electrical (Battle-Aguilar et al., 2009) and electromagnetic methods, have been carried out during the infiltration process. Among them, the Ground-Penetrating Radar (GPR) is based on electromagnetic (EM) wave propagation. It is highly sensitive to variations in water contents, which are directly related to the dielectric permittivity (Huisman et al., 2003). This method thus appears to be an accurate tool for monitoring the wetting front movement during infiltration (Saintenoy et al., 2008).

2. Method

We studied infiltration of a 5-cm thick water layer inside of a single ring infiltrometer in a sandy soil. The schematic of the apparatus is presented in Figure 1. The single ring infiltrometer is a 1-mm thick aluminum cylinder of a 60-cm diameter, approximately 20-cm high, buried in the soil to a depth of 10 cm. We set up a GPR antennae (namely the transmitter T and the receiver R) at a variable distance from the edge of the cylinder, noted x in Figure 1. In all our field experiment, we used a Mala RAMAC system with antennae centered on 1600 MHz, shielded at the top. We then covered the inner part of the cylinder with a plastic waterproof sheet. The plastic sheet allowed us to fill the cylinder with water and create an initial 5-cm thick water layer, while preventing infiltration into the sand before starting data acquisition. The beginning of the acquisition was launched by pulling away the plastic sheet to trigger water infiltration. The GPR system was set to acquire a trace every 10 s. With this apparatus, we performed two types of infiltration: i) a falling head infiltration consisting of pulling away the plastic sheet and leaving water to infiltrate into the sand freely with no additional refill, and ii) a constant head infiltration, when water was continuously added to the ring to maintain a 5-cm thick water layer during the infiltration experiment. In the following examples we will show how we can use the GPR data acquired every 10 s during the infiltration experiment to estimate the saturated hydraulic conductivity.

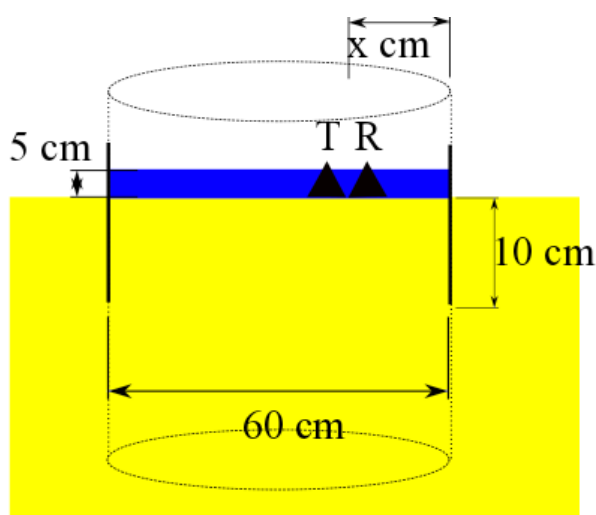


Figure 1. Schematic of the apparatus at its initial state.

3. Falling Head Infiltration

3.1. Numerical Example

3.1.1. Forward Modeling

The falling head infiltration experiment was simulated using Hydrus-D (Šimůnek et al., 1996, 2008; Šimůnek and van Genuchten, 1996). The soil profile was 50 cm deep, was assumed to be

homogeneous, and was divided into 1001 layers. To describe the soil hydraulic properties of the medium, we used the van Genuchten-Mualem (van Genuchten, 1980) hydraulic conductivity and water retention functions, which require 5 parameters, namely the saturated water content, θ_s , the residual water content, θ_r , two fitting parameters, α and n , and the saturated hydraulic conductivity, K_s . For our numerical example, we set $\theta_s=0.43 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, $\theta_r=0.07 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, $\alpha=0.019 \text{ cm}^{-1}$, $n=8.67$, and $K_s=0.120 \text{ cm/min}$. We used an atmospheric boundary condition (BC) with no rain and no evaporation at the soil surface and a free drainage BC at the bottom. To simulate the 5-cm layer of water, the initial condition was set to a 5 cm pressure head in the top node. We simulated the first 10 minutes of the experiment with a time step of 10 s, i.e., with 60 water content snapshots. Using the CRIM relation (Birchak et al., 1974; Roth et al., 1990), each water content snapshot was converted to permittivity profiles (made of 1001 points), considering a three-phase media: sand (considered as pure silica), water, and air. Each one of these permittivity profiles (Fig. 2a) were the input for the GprMax2D program (Giannopoulos, 2004), based on finite difference time domain modeling, the output of which is one simulated GPR trace acquired at the antenna position (set at the surface of the medium, in the middle with $X=0.3 \text{ m}$ in Fig. 1). The simulated GPR monitoring of the infiltration process is shown in Figure 2b. The horizontal axis is the number of traces simulated by GprMax2D, two traces being separated by 10 seconds, as Hydrus-1D profiles are. The vertical axis is the Two-Way Travel time (TWT) of the EM wave amplitude coming back to the receiver.

On the profile presented in Figure 2b, we denote one particular reflection, labeled A. Its arrival time is increasing as the wetting front moves deeper. This reflection is interpreted as coming from the wetting front. The reflections labeled A' and A'' are primary and secondary multiples of reflection A. The reflection labeled B is the wave traveling in air directly between the two antennae. After the 40th trace, the 5-cm layer of water has been infiltrated, and drainage is starting. As a consequence, the permittivity of the upper part of the medium decreases. The EM wave velocity is inversely proportional to the square root of permittivity (Huisman et al., 2003). Then the TWT of the reflection A increases more slowly, creating a change of slope in the reflection time curve (Fig. 2b). In Figure 2c, we display two curves: the TWT of the maximum peak of a reflection A (obtained from Fig. 2b) and the TWT calculated by a ray-path algorithm, going from the GPR antennae to the inflection point of $\epsilon(z)$ curves (indicated by crosses in Fig. 2a) as proposed by Saintenoy and Hopmans (2011). We attribute the difference between these two curves to some numerical dispersion of the signal, a problem that we will address later.

3.1.2. Inversion

We used the TWT obtained from the radargram of Figure 2b as data to be fitted to derive the saturated hydraulic conductivity, assuming the other 4 parameters are known. Using Hydrus-1D, we generated 60 water content snapshots using the saturated hydraulic conductivity in the range from 0.01 to 1 cm/min, with a step of 0.001 cm/min. For each value of K_s , we calculated the TWT by the ray-path algorithm from the surface to the inflection point of the $\epsilon(z)$ curves. We computed the Root Mean Square Error (*RMSE*) between these times and the data. The *RMSE* was minimized for $K_s=0.129 \text{ cm/min}$, which is higher than the value used for simulating the data, i.e., $K_s=0.120 \text{ cm/min}$.

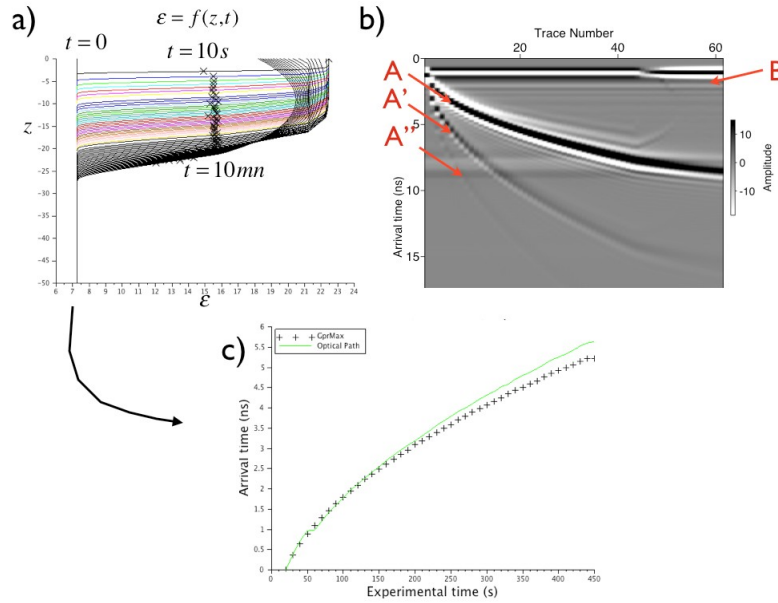


Figure 2. Falling head infiltration from a 5-cm thick water layer. a) Permittivity profiles: each curve is plotted every 10 s; crosses represent the inflection points of each curve. b) Radargram simulated with GprMax2D; reflection A is coming from the wetting front, B is the direct wave, A' and A'' are multiples of reflection A. c) TWT computed with an optical path algorithm, directly from the permittivity profiles.

3.2. Experimental Example

3.2.1. Experimental Data and its Analysis

The experiment took place in a quarry of Fontainebleau sand in Cernay-La-Ville (Yvelines, France). The middle of the antennae was positioned 11 cm away from the cylinder wall ($x = 11$ cm in Fig. 1). The 5-cm water layer was fully infiltrated after about 10 minutes, although in certain areas of the soil surface this time has been slightly shorter. The recorded GPR data are shown in Figure 3. We recorded during 30 minutes, with a time window of 15 ns, transmitting and receiving each 10 seconds (stacking 4 measurements). We subtracted the average trace and applied an Automatic Gain Control to the data. The sand parameters have been determined in laboratory by several classical hanging water column experiments, fitted by the van Genuchten retention curve. Assuming a 5% uncertainty of the optimized parameters, we obtained $\theta_r = 0.062 \pm 0.003 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, $\theta_s = 0.39 \pm 0.01 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, $\alpha = 0.023 \pm 0.001 \text{ cm}^{-1}$, $n = 6.7 \pm 0.3$. We considered in our model that the sand was homogeneous. Gravimetric measurements on field samples gave us an initial volumetric water content of $\theta_i = 0.09 \pm 0.01 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$. In the profile presented in Figure 3, we denote three particular reflections. The one interpreted as coming from the infiltration front, labeled A, is visible during the first 30 minutes of the acquisition, with an arrival time varying from 2 ns down to 9 ns. The other reflections are interpreted in Léger and Saintenoy (2012). We determined the arrival time of the A reflection peak and inverted the saturated hydraulic conductivity using the same algorithm as for the synthetic case. We obtained the minimum of the

objective function for $K_s=0.131$ cm/min. In parallel, we also carried out disk infiltrometer experiments, using the multi-potential method (Ankeny et al., 1991; Reynolds and Elrick, 1991). We obtained a value of the saturated hydraulic conductivity of $K_{Disk}=0.108\pm0.01$ cm/min.

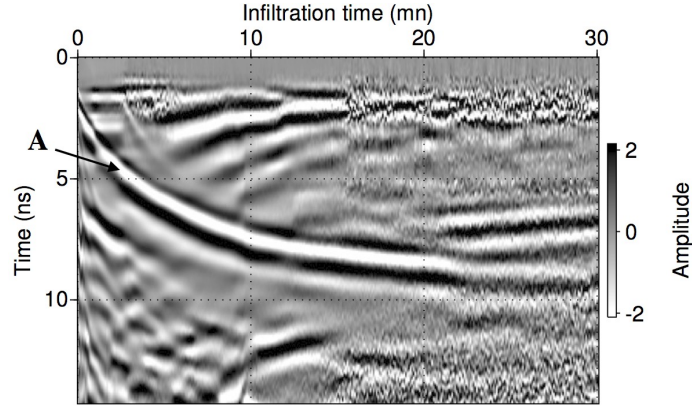


Figure 3. Experimental GPR data acquired during the falling head infiltration (from a 5 cm initial water layer). Reflection A is the reflection coming from the wetting front.

3.2.2. Uncertainty Analysis

We assumed a 5% relative uncertainty of four van Genuchten parameters and the initial water content of the sand. These parameters influence directly the arrival time curves used to compute the misfit function. Figure 4 shows variations associated with each of these parameters. It appears that the uncertainty in α has the strongest influence on the arrival time curves. As an attempt to evaluate the uncertainty in the saturated hydraulic conductivity retrieved from GPR data fitting, we made some quadratic error summation associated with each of the parameters. The total quadratic error has the expression of $\delta_{tot} = \sqrt{\delta_{\theta_i}^2 + \delta_{\theta_r}^2 + \delta_{\theta_s}^2 + \delta_{\alpha}^2 + \delta_n^2 + \delta_{gpr}^2 + \delta_{Algo}^2}$, where δ_{θ_i} , δ_{θ_r} , δ_{θ_s} , δ_{α} , and δ_n are *RMSE* due to uncertainties in θ_i , θ_r , θ_s , α , and n . The *RMSE* is the summation of the two curves for each parameter, presented in Figure 4. $\delta_{gpr}=0.1$ ns is assumed to be the error on picking, and $\delta_{Algo}=0.01$ ns is the *RMSE* between the arrival times generated by the optical path-algorithm and the GprMax modeling (Fig. 2c). The total quadratic error was estimated at $\delta_{tot}=0.101$ ns. From the objective function curve, all K_s in the interval $[0.04; 0.263]$ cm/min have a misfit value to our data less than 0.111 ns, with the minimum at 0.131 cm/min. We think that this wide interval of possible K_s is over-estimated by our rough error determination.

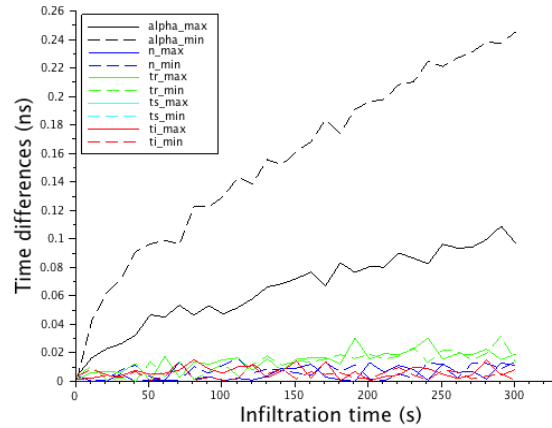


Figure 4. Influence of the parameter uncertainties on the arrival time difference, between the arrival time generated with each parameter and the arrival time generated with optimal parameters.

4. Constant Head Infiltration

4.1. Numerical Example

In the second case, a water layer of 5 cm above the ground is kept constant during the entire experiment. Similarly as above, using the same van Genuchten parameters as in the first synthetic example ($\theta_s=0.43 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, $\theta_r=0.07 \text{ cm}^3.\text{cm}^{-3}$, $\alpha=0.019 \text{ cm}^{-1}$, $n=8.67$, and $K_s=0.120 \text{ cm/min}$), we modeled infiltration of water inside a ring infiltrometer by applying a constant pressure head of 5 cm to the top node during 10 minutes. The permittivity profiles are presented in Figure 5a, with each curve plotted every 10 s as in the previous case. Figure 5b shows the radargram simulated with GprMax2D. As can be seen, the reflection labeled A, describing the position of the infiltration front is returning at increasing times, because infiltration is being constantly fed by the constant ponding depth, contrary to the previous falling head case. In Figure 5c, we computed the TWT of the wetting front, using the ray path algorithm and the picking of A reflection coming from the radargram in Figure 5b.

Assuming the four van Genuchten parameters θ_r , θ_s , α , and n are known, we inverted for the saturated hydraulic conductivity, by minimizing the differences between the arrival times of the wetting front reflection obtained by the ray path-algorithm and the arrival times picked from the radargram in Figure 5b. The objective function was minimized for $K_s=0.128 \text{ cm/min}$, which is again larger than the value used for simulating the data: $K_s=0.120 \text{ cm/min}$.

4.2. Experimental Example

The experiment took place in the same quarry of Fontainebleau sand as the previous experiment. The middle of antennae was positioned in the middle of the ring ($x = 30 \text{ cm}$ in Fig. 1). The recorded GPR data are shown in Figure 6. We recorded during 80 minutes, with a time window of 30 ns (in Fig. 6, we only present a part of the radargram), transmitting and receiving each 5 seconds, with no stacking. In the radargram in Figure 6, we subtracted the average trace and applied an AGC gain to the data. We used the van Genuchten parameters determined in the

laboratory using the hanging column experiments and we measured on sand samples an initial volumetric water content of $\theta_i = 0.07 \pm 0.02 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$.

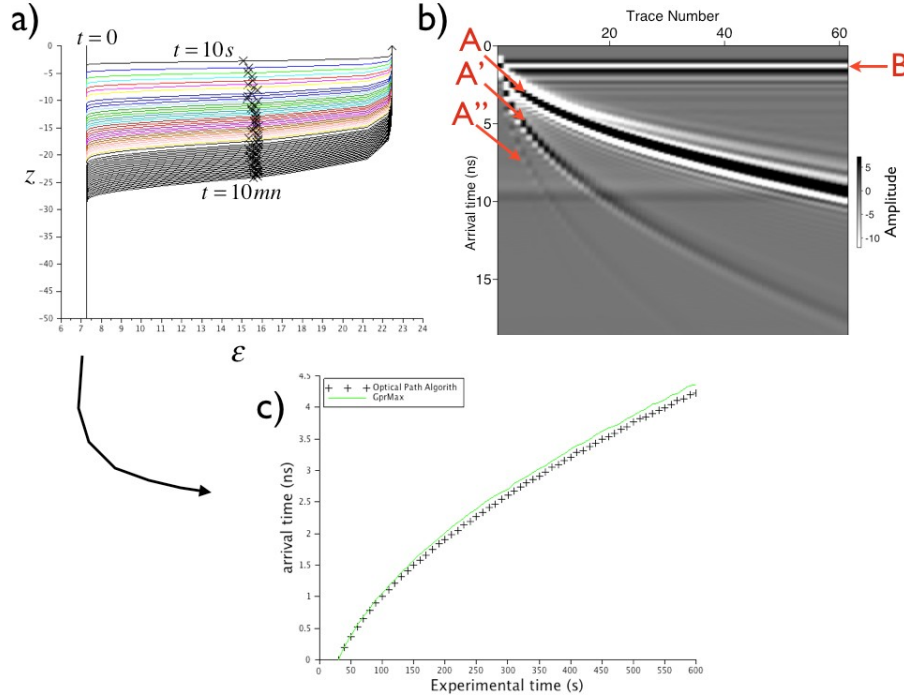


Figure 5. Constant head infiltration with 5 cm of water. a) Permittivity profiles, each curve is plotted every 10 s. Crosses represent the inflection points. b) Radargram simulated with GprMax2D, reflection A is the wetting front, B is the direct wave, A' and A'' are multiples. c) Two Way Travel Time, computed with an optical path algorithm, directly from the permittivity profiles.

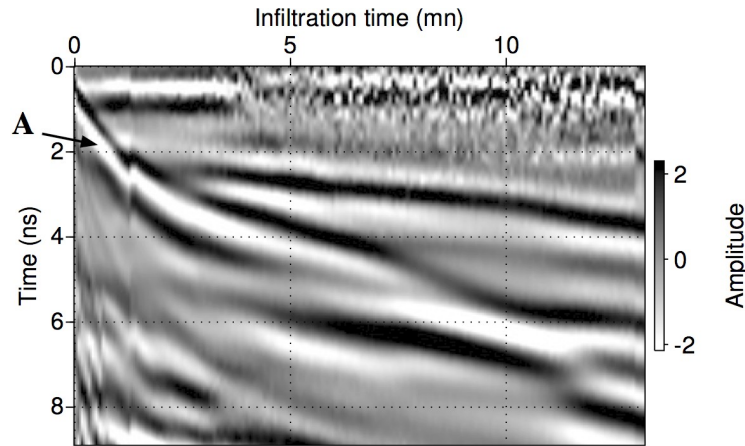


Figure 6. GPR data acquired during a constant head (5 cm) infiltration. Reflection A is the reflection coming from the wetting front.

In the profile presented in Figure 6, the arrival time of reflection A ranges from 0 at the beginning of the experiment to about 6 ns after 10 min. We picked the arrival time of the

reflection A peak and computed the objective function using the same procedure as described before. We obtained the minimum of the objective function for $K_s=0.110$ cm/min. This value has to be again compared with the one obtained by the disk infiltrometer experiment, $K_{Disk}=0.108\pm0.01$ cm/min. Using the same procedure as presented in the earlier field example, we found a total quadratic error of $\delta_{tot}=0.131$ ns, which gives a range of possible values for the saturated hydraulic conductivity, $K_s=[0.035; 0.213]$ cm/min.

5. Toward a Three Parameter Inversion

From our uncertainty analysis (Fig. 4), we pointed out the high sensitivity of our inversion to the parameter α . The solution may be in inverting our GPR measurements for α and n in addition to K_s , assuming θ_s and θ_r known. We computed misfit diagrams of the arrival times, to analyze which parameters can be easily inverted by our algorithm and which cannot. The procedure of calculating misfit diagrams is presented in Figure 7. We carried out this analysis for both infiltration cases. We set one of the three parameters and plotted the misfit diagram for the two others. In Figure 7, we present the obtained misfits diagrams for the constant head infiltration. In Figure 8, we present similar diagrams for the falling head infiltration. When Hydrus-1D did not converge for a given combination of parameters, we set the misfit equal to 10 (dark red areas in Figures 7 and 8). The misfit diagram (K_s, α) in Figure 6b does not exhibit a correlation between those two parameters, and informs us about the possibility of inverting (K_s, α) while knowing n . The two other diagrams show the difficulty of obtaining the correct value of n . Indeed, this parameter is directly related to the slope of the retention curve $\partial\theta/\partial h$, and thus also to $\partial\theta/\partial z$ at the infiltration front, which information is not present in the TWT of the inflection points, used for the misfit computations.

Figure 8 present misfit diagrams for the falling head infiltration, calculated using the same procedure as above. The upper boundary condition in Hydrus-1D was set to a variable pressure head. Note again that each time when Hydrus-1D did not converge, the misfit was set equal to 10 (dark red zones in the graph). Graphs 7a and 7c are completely different than in the previous case. They imply that having information on the evolution of the water layer thickness from the experiment itself is providing additional information that can help resolve the uniqueness problem for the n parameter. This case needs to be explored in the future in more detail.

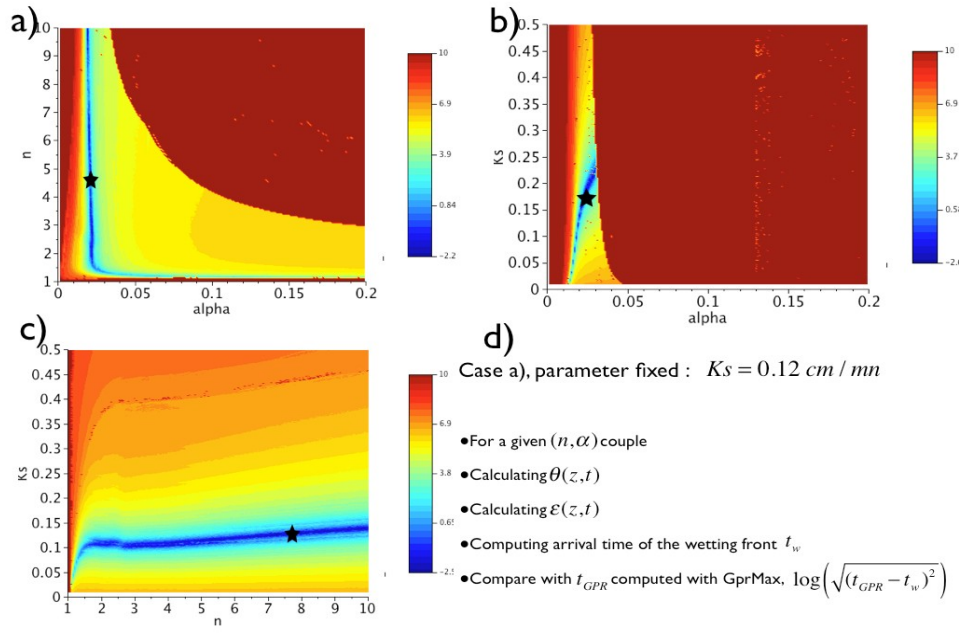


Figure 7. Misfit diagrams for the constant head boundary condition: a) n - α diagram, b) K_s - α diagram, and c) K_s - n diagram. Black stars represent minimum.

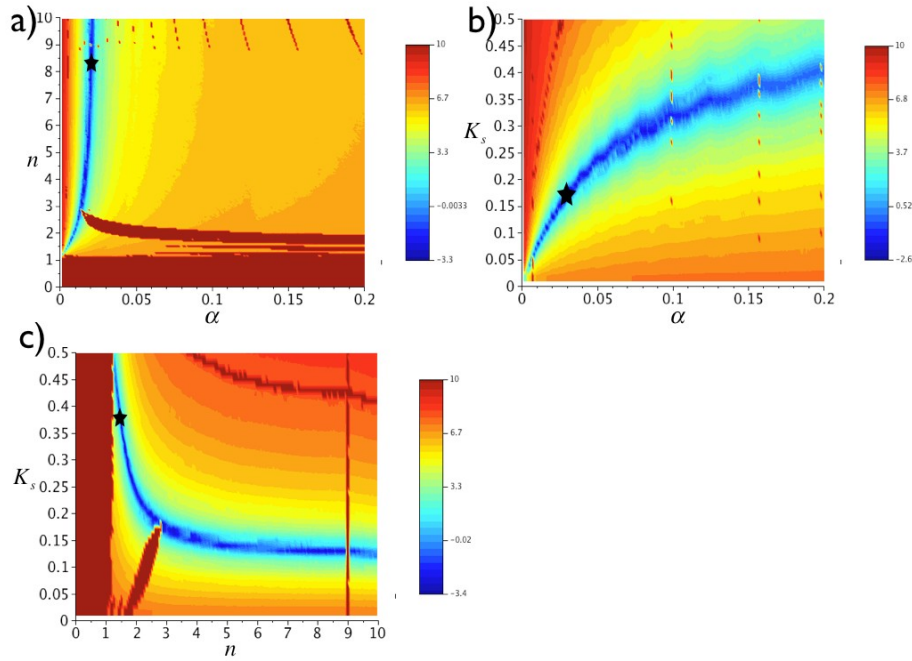


Figure 8. Misfit diagrams for the falling head boundary condition: a) n - α diagram, b) K_s - α diagram, and c) K_s - n diagram. Black stars represent minimum.

References

- Angulo-Jaramillo, R., J. Vandervaere, S. Roulier, J. Thony, J. Gaudet, and M. Vauclin, Field measurement of soil surface hydraulic properties by disc and ring infiltrometers. a review and recent developments, *Soil and Tillage Research*, 55, 1–29, 2000.
- Ankeny, M. D., M. Ahmed, T.C. Kaspar, and R. Horton, Simple field method for determining unsaturated hydraulic conductivity, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 55, 467–470, 1991.
- Battle-Aguilar, J., S. Schneider, M. Pessel, P. Tucholka, Y. Coquet, and P. Vachier, Axisymmetrical infiltration in soil imaged by non-invasive electrical resistivity, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 73(2), 510–520, 2009.
- Birchak, J. R., C. G. Gardner, J. E. Hipp, and J. M. Victor, High dielectric constant microwave probes for sensing soil moisture, in *Proceedings of the IEEE*, vol. 62, 93–98, 1974.
- Boivin, P., J. Touma, and P. Zante, Mesure de l'infiltrabilité du sol par la méthode du double anneau. 1- Résultats expérimentaux, *Cahiers Orstom, série Pédologique*, 24(1), 17–25, 1987.
- Clothier, B. E., and I. White, Measurement of sorptivity and soil water diffusivity in the field. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45, 241–245, 1981.
- Dane, J. H., and J. W. Hopmans, Hanging water column. *Soil Science Society of America, Inc.*, Madison, WI., pp. 680–684, 2002.
- van Genuchten, M.Th., A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, vol. 44, pp. 892– 898, 1980.
- Giannopoulos, A., Modelling ground penetrating radar by GprMax, *Construction and Building Materials*, 19(10), 755–762, 2005.
- Huisman, J. A., S. S. Hubbard, J. D. Redman, and A. P. Annan, Measuring soil water content with ground-penetrating radar: A review, *Vadose zone journal*, 2, 476–491, 2003.
- Léger, E., and A. Saintenoy, Surface ground-penetrating radar monitoring of water infiltration inside a ring infiltrometer, In *14th International Conference on Ground Penetrating Radar*, Shanghai, 2012.
- Müntz, A., L. Faure, and E. Laine, Etudes sur la perméabilité des terres, faites en vue de l'arrosage, *Ann. De la Direction de l'Hydraulique*, vol. f33, pp. 45–53, 1905.
- Perroux, K.M., and I. White, Designs for disc permeameters. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 52:1205–1215, 1988.
- Reynolds, W.D., and D.E. Elrick, Determination of hydraulic conductivity using a tension infiltrometer. *Soil Sci Soc. Am. J.*, 55, 633–639, 1991.
- Roth, K., R. Schulin, H. Fluhler, and W. Attinger (1990), Calibration of time domain reflectometry for water content measurement using a composite dielectric approach, *Water Resour. Res.*, 26, 2267–2273.
- Saintenoy, A. and J. W. Hopmans, Ground Penetrating Radar: Water Table Detection Sensitivity to Soil Water Retention Properties, *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of*, 4(4), 748,753, 2011.
- Saintenoy, A., S. Schneider, and P. Tucholka, Evaluating ground penetrating radar use for water infiltration monitoring, *Vadose zone journal*, vol. 7, pp. 208–214, 2008.
- Šimůnek, J., and M. Th. van Genuchten, *Estimating unsaturated soil hydraulic properties from tension disc infiltrometer data by numerical inversion*, *Water Resour. Res.*, 9, 2683–2696, 1996.
- Šimůnek, J., M. Šejna, and M. Th. van Genuchten, *The HYDRUS-2D Software Package for Simulating Water Flow and Solute Transport in Two-Dimensional Variably-Saturated Porous Media*, Version 1.0. Int. Ground Water Model. Ctr., Colorado School of Mines, Golden, 1996.
- Šimůnek, J., M. Th. van Genuchten, and M. Šejna, Development and applications of the HYDRUS and STANMOD software packages, and related codes, *Vadose Zone Journal*, 7(2), 587–600, 2008.